

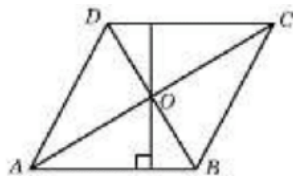
# Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 27

## Часть 1

1. Найдите решение уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 81^x$ .

2. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

3. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.

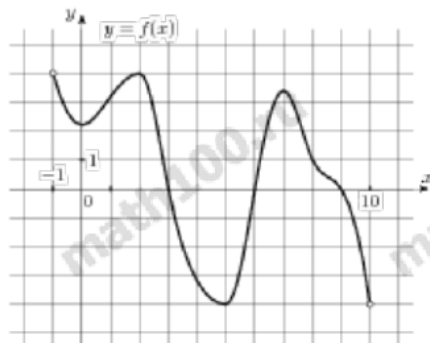


4. Найдите  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при

$b \neq 0$ .

5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.

6. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 10)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



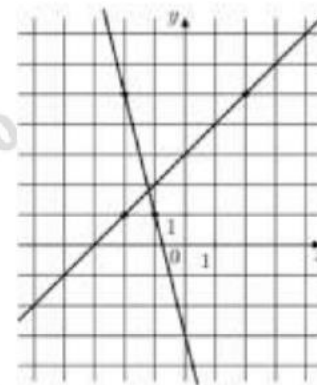
7. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также

качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$ . Каким должно

быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

8. Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 150 км. Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнав автомобиль в городе  $C$  и повернул обратно. Когда он вернулся в  $A$ , автомобиль прибыл в  $B$ . Найдите расстояние от  $A$  до  $C$ . Ответ дайте в километрах.

9. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



10. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10}$  на отрезке  $[8; 11]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

12. а) Решите уравнение

$$3\log_8^2(\sin x) - 5\log_8(\sin x) - 2 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

13. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $SABCD$  с вершиной  $S$ . Точка  $O$  — центр основания,  $K$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $O$  на прямую  $SC$ .

а) Докажите, что прямая  $OK$  перпендикулярна прямой  $BD$ .

б) Найдите двугранный угол при боковом ребре пирамиды, если угол между боковым ребром и плоскостью основания равен  $60^\circ$ .

14. Решите неравенство:

$$(x-3)\left(\log_6(x^2+3x-4) + \log_{0,2}(20-5x) + \frac{1}{\log_{4-x}5} + x+1\right) \geq \geq x^2 - x - 6$$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей на 31 месяц. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа 30-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

— к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

16. Дан треугольник со сторонами 25, 25 и 48.

а) Докажите, что он тупоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей.

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|}, \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - a x^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{4}{13}$  от

общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{2}{5}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а) и б)?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.