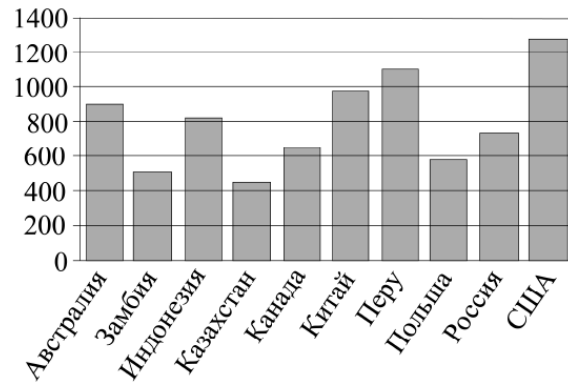


Вариант 5

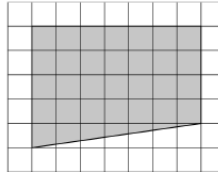
1 Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3%. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

2 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: _____.

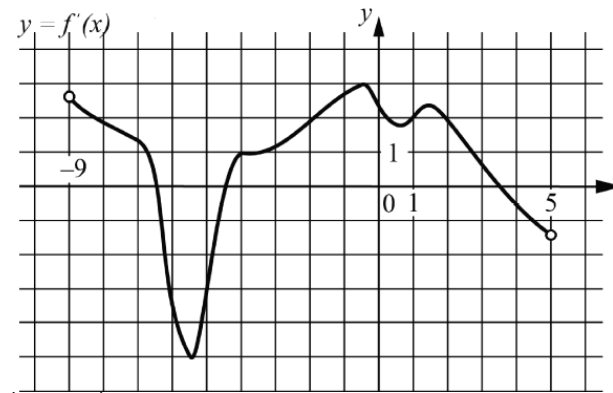


4 Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 9\}$?

5 Найдите корень уравнения $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8 Во сколько раз уменьшится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра уменьшить в три раза?

9 Найдите значение выражения $8^{\sqrt{8+6}} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$.

10 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{729} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а мощность её излучения равна $5,13 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

11 Васе надо решить 245 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Вася решил 11 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 7 дней.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 8x - 4\text{tg}x - 2\pi + 2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

13 а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\cos^2 x + \cos 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

15 Решите неравенство $\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра SA за точку A отмечена точка P , а на продолжении ребра SB за точку B — точка Q , причём $AP = BQ = SA$.

а) Докажите, что прямые PQ и SC перпендикулярны друг другу.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и CPQ .

16 Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается его сторон BC , AB и AC в точках K , L и M соответственно. Прямая KM вторично пересекает в точке P окружность радиуса AM с центром A .

а) Докажите, что прямая AP параллельна прямой BC .

б) Пусть $\angle ABC = 90^\circ$, $AM = 3$, $CM = 2$, Q — точка пересечения прямых KM и AB , а T — такая точка на отрезке PQ , что $\angle OAT = 45^\circ$. Найдите QT .

17 Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + x + 9$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + x + 9)$.

Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 5 лет?

18 Найдите все целые отрицательные значения параметра a , при каждом из которых существует такое действительное число $b > a$, что неравенство $21b \geq 6|a+b| - 3|b-2| - |a-b| - 9|a^2 - b + 2| + 16$ **не выполнено**.

19 Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{18}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{12}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.