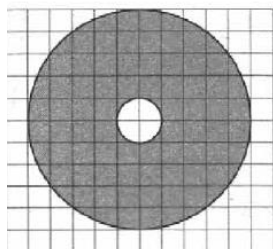
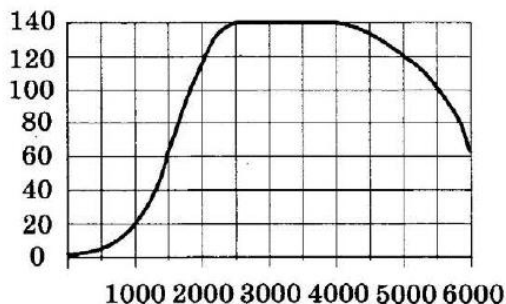


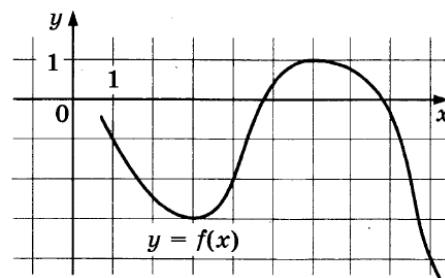
Вариант 31 Книга 1

Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3700 рублей. До установки счётчиков за воду платили 900 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 400 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?
2. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько Н·м увеличится крутящий момент при увеличении числа оборотов с 1500 об/мин до 2500 об/мин?



3. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 12. Найдите площадь заштрихованной фигуры.
4. В группе туристов 10 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист А., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
5. Найдите корень уравнения $\log_3(-5-x) = 1$.
6. Острые углы прямоугольного треугольника равны 63° и 27° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.
7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[1; 9]$.
8. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка P — середина ребра AB , S — вершина. Известно, что $SP = 4$, а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка BC .



9. Найдите значение выражения $-50 \operatorname{tg} 27^\circ \cdot \operatorname{tg} 117^\circ$.
10. К источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 155 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,5 \text{ Ом}$ хотят подключить нагрузку с сопротивлением $R \text{ Ом}$. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, даётся формулой $U = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}$. При каком сопротивлении нагрузки напряжение на ней будет 150 В? Ответ дайте в омах.
11. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 16 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 496 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 6x + 15$ на отрезке $[7; 33]$.

Часть 2

13. а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)} = 1$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.
14. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
а) Докажите, что прямая $B_1 D$ перпендикулярна плоскости $A_1 B C_1$.
б) Найдите угол между плоскостями $A B_1 C_1$ и $A_1 B_1 C$.
15. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

16. Отрезок, соединяющий середины M и N оснований BC и AD соответственно трапеции $ABCD$, разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.
- а) Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.
- б) Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание BC исходной трапеции равно 10. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны AB , основания AN трапеции $ABMN$ и вписанной в неё окружности.
17. 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что восьмая выплата составила 108 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?
18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 2a + 3)^2 + (y - a)^2 = 2,25; \\ (x + 3)^2 + (y - a)^2 = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Красный карандаш стоит 18 рублей, синий — 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 499 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше, чем на шесть.
- а) Можно ли купить 30 карандашей?
- б) Можно ли купить 33 карандаша?
- в) Какое наибольшее число карандашей можно купить?