

Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 14

Часть 1

1. Решите уравнение $2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^3$

В ответе запишите сумму всех корней уравнения.

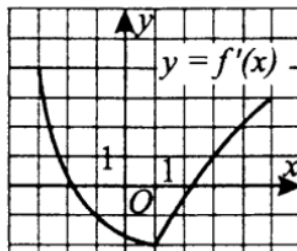
2. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет меньше, чем 4. Ответ округлите до сотых.

3. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 6. Найдите гипотенузу, если точка касания с вписанной окружностью делит ее на отрезки, длины которых относятся как 5 : 12.

4. Вычислите $\log_{16} a - \log_{16} b$, если $a - 4b = 0$.

5. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 15, а тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания равен $\sqrt{23}$. Найдите сторону основания пирамиды.

6. К графику функции $y = f(x)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображен график производной этой функции.

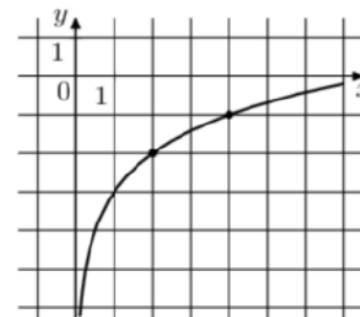


7. Глубоководники проектируют новый батискаф в виде сферы радиуса R . Выталкивающая сила Архимеда, действующая на батискаф, вычисляется по формуле $F_A = \rho g V = \rho g \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$. Определите максимальный радиус батискафа (в метрах), если сила Архимеда по технологии не должна превосходить 1130400 Н. При расчёте примите следующие значения постоянных: $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $g = 10 \text{ Н/кг}$, $\pi = 3,14$.

8. В бутылки содержится 25 %-ый раствор соли. Из нее вылили некоторую часть раствора и добавили такое же количество воды. В результате получили 12 %-ый раствор соли. Какая часть первоначального раствора была заменена водой?

10. В бутике модной обуви в случайный момент каждый продавец занят с покупателем с вероятностью 0,1. Всего продавцов трое. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный момент хотя бы один из продавцов свободен.

9. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{5x^2 + 2}{3x^2 + 20} + \frac{3x^2 + 20}{5x^2 + 2}$ на отрезке $[-1; 4]$

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\sin 3x = 4 \sin x \cos 2x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие интервалу $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$

13. Две правильные четырехугольные пирамиды EABCD и FABCD имеют общее основание ABCD и расположены по разные стороны от него. Точки M и N – середины ребер BC и AB соответственно. Все ребра пирамид равны.

а) Докажите, что угол между прямыми AE и BF равен 60° .

б) Найдите угол между прямыми EM и FN.

14. Решите неравенство: $\sqrt{x^3 - 2x^2 + 4x - 2} \geq x$

15. Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму (в тыс. руб.) Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

16. Дан прямоугольник ABCD. Окружности, вписанные в треугольники ABD и BDC, касаются диагонали BD в точках M и N соответственно. Окружности, вписанные в треугольники ABC и ADC, касаются диагонали AC в точках K и L соответственно.

а) Докажите, что MNKL – прямоугольник, подобный исходному.

б) Найдите коэффициент подобия, если косинус угла между диагоналями исходного

прямоугольника равен $\frac{7}{25}$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений имеет хотя бы одно решение:

$$\begin{cases} 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 2x - 6y = 0, \\ 5x^2 - 16xy + 13y^2 - 6x + 10y + 2ax - 4ay + a^2 - 2a - 5 = 0 \end{cases}$$

18. На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.