

Контрольно-измерительные материалы
Математика (профильный уровень), ЕГЭ
Вариант 17

Часть 1

1. Решите уравнение $\sqrt{\frac{5}{3-2x}} = \frac{1}{9}$

2. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России?

3. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

4. Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$

5. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

6. Прямая $y = 8x + 2$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 18$. Найдите a .

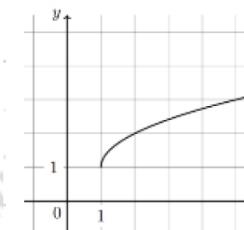
7. Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней,

где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m\left(\frac{v^2}{L} - g\right)$, где m — масса

воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

8. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a\sqrt{x-b} + c$, где a , b и c — действительные числа. Найдите значение $f(17)$.



10. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = (x+3)^2(x+5) - 1$ на отрезке $[-4; -1]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

13. Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и $Q B$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 2.

14. Решите неравенство:

$$\frac{1}{|x+1|-1} \geq \frac{1}{|x+1|-2}$$

15. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Известно, что кредит был полностью погашен за два года, причём в первый год было переведено 75 000 рублей, а во второй год—46 000 рублей. Найдите число r .

16. В трапеции $ABCD$ площадью, равной 30, диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, а $\angle BAC = \angle CDB$. Продолжения боковых сторон AB и CD пересекаются в точке K .

а) Докажите, что трапеция $ABCD$ — равнобедренная.

б) Найдите площадь треугольника AKD , если известно, что $\angle AKD = 30^\circ$, а $BC < AD$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$a \log_3^2 x - (a-2) \log_3 x - 2 \geq 0$$

имеет единственное решение.

18. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.