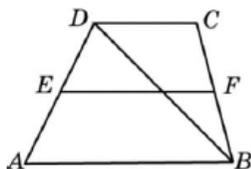


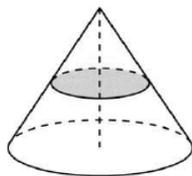
Вариант 16 2024

- 1 Основания трапеции равны 7 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.



- 2 Даны векторы $\vec{a}(5; 8)$, $\vec{b}(2; -6)$ и $\vec{c}(6; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

- 3 Площадь основания конуса равна 18. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины конуса. Найдите площадь сечения конуса.



- 4 На борту самолёта 28 кресла расположены рядом с запасными выходами и 14 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

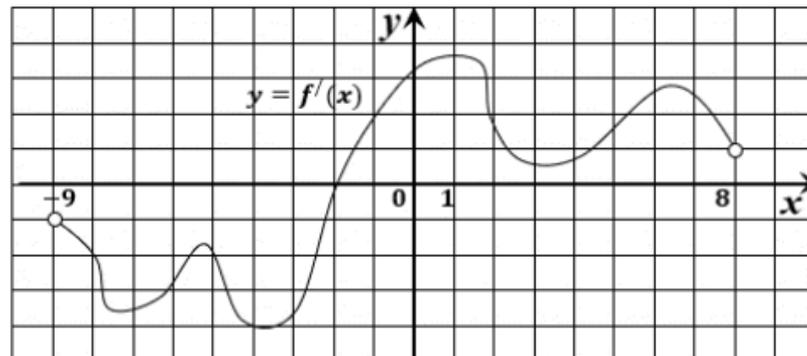
- 5 Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши есть четыре разные принцессы из коллекции.

Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придется купить еще 2 или 3 шоколадных яйца?

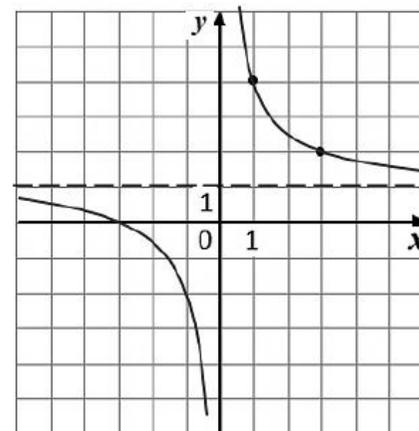
- 6 Решите уравнение $\log_2(4 - x) = 7$

- 7 Найдите значение выражения $12 \operatorname{tg} 32^\circ \cdot \operatorname{tg} 122^\circ$

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 3]$.



- 9 Мяч бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) вычисляется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком значении угла α (в градусах) время полета составит 3 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 10 Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?



- 11 На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4; 5; 0]$

Часть 2

- 13 а) Решите уравнение $2 \cos^3 x + \sqrt{3} \cos^2 x + 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$.
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

14] Дан тетраэдр $ABCD$. На ребре AC выбрана точка K так, что $AK:KC = 3:7$. Также на ребрах AD, BD и BC выбраны точки L, M и N соответственно так, что $KLMN$ — квадрат со стороной 3.

- а) Докажите, что ребра AB и CD взаимно перпендикулярны.
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости $KLMN$, если объем тетраэдра $ABCD$ равен 100.

15] Решите неравенство $x^2 \cdot \log_{\frac{1}{27}}(3-x) \geq \log_{\frac{1}{9}}(x^2 - 6x + 9)$.

16] Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн рублей.

Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.

17] Окружность с центром O , построенная на катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре, пересекает гипотенузу AB в точках A и D . Касательная, проведенная к этой окружности, в точке D , пересекает катет BC в точке M .

- а) Докажите, что $BM = CM$.
б) Прямая DM пересекает прямую AC в точке P , прямая OM пересекает прямую BP в точке K . Найдите $BK:KP$, если $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$.

18] Найдите, при каких неположительных значениях a функция

$$f(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 - 5$$

на отрезке $[-2; 2]$ имеет две точки максимума.

а) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 37?

б) Существуют ли натуральные числа m и n , такие, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + mx + n$ равен 54?

в) Какое наименьшее значение принимает дискриминант D квадратного трехчлена $x^2 + (5m + n)x + (8n + m)$ если известно, что числа m, n и D — натуральные?