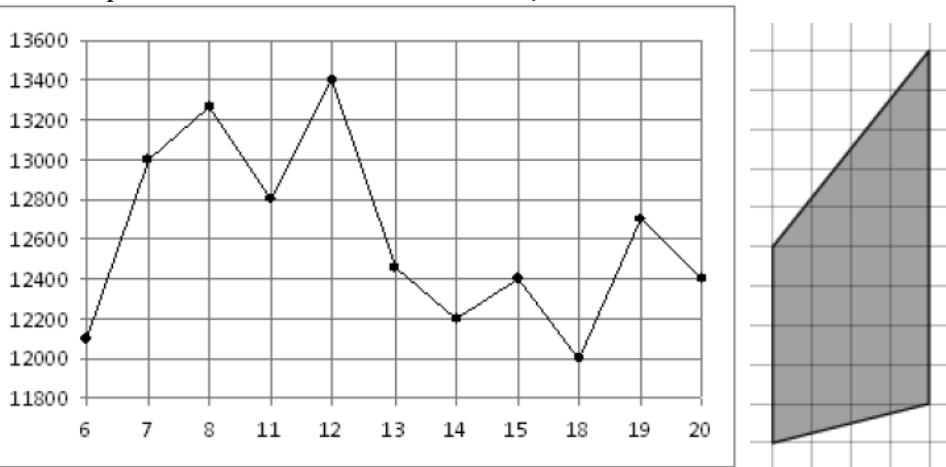


Вариант 4

1 Цена на электрический чайник была повышенна на 17 % и составила 1989 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



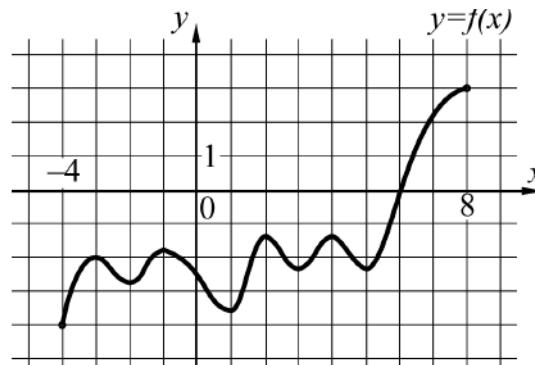
3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

4 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 5 апреля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 8 апреля в Волшебной стране будет отличная погода.

5 Найдите корень уравнения $\log_2(6-x) = 5$.

6 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 24° и 67° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



8 Если каждое ребро куба увеличить на 3, то его площадь поверхности увеличится на 162. Найдите ребро куба.

9 Найдите значение выражения $(625^2 - 52^2) : 677$.

10 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 8 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 4$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = aRC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $a = 1,4$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 33,6 с. Ответ дайте в киловольтах.

11 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 32 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 119 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^7 + 5x^3 - 16$ на отрезке $[-9; 1]$.

13 а) Решите уравнение $4\sin\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\cos x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

15 Решите неравенство $\left(5^{x+2} + 5^{2-x}\right)x^2 \geq \frac{125x^2}{2}$.

14

Прямоугольник $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен 4.

16

Точка I — центр окружности S_1 , вписанной в треугольник ABC , точка O — центр окружности S_2 , описанной около треугольника BIC .

а) Докажите, что точка O лежит на окружности, описанной около треугольника ABC .

б) Найдите косинус угла BAC , если радиус описанной окружности треугольника ABC относится к радиусу окружности S_2 как $2:3$.

17

15 января планируется взять кредит в банке на 10 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,83 млн рублей?

18

Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения

$$\frac{a\sqrt{3}\sin\frac{x}{2} + (\sqrt{3}-a)\cos\frac{x}{2}}{6\sin\frac{x}{2} - \sqrt{3}\cos\frac{x}{2}} = 1 \text{ при любом значении } a \text{ из отрезка } [-2; 5\sqrt{2}].$$

19

На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 264. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.