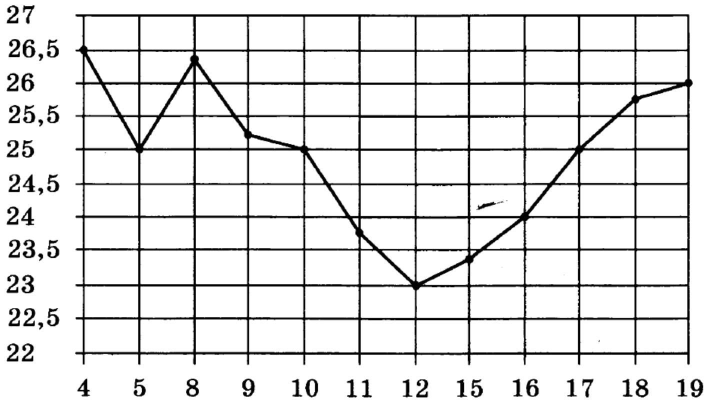
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

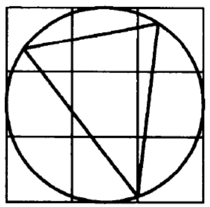
Часть 1

1. Задачу № 1 правильно решили 17 955 человек, что составляет 63% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена нефти в долларах США за баррель. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов за данный период. Ответ дайте в долларах США за баррель.



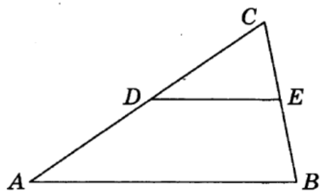
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



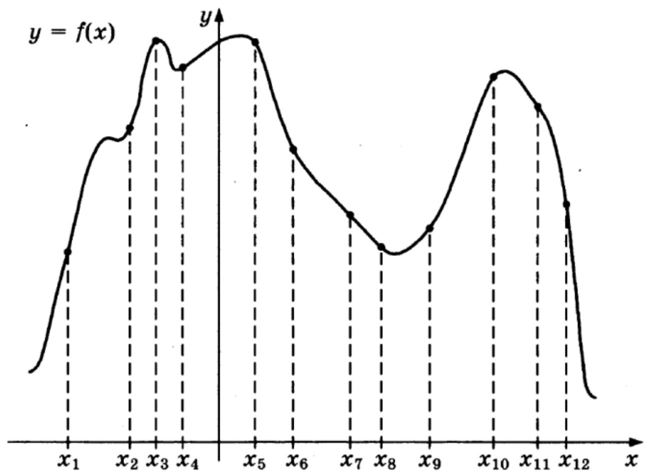
4. Монету бросают 8 раз. Во сколько раз событие «орёл выпадет ровно шесть раз» более вероятно, чем событие «орёл выпадет ровно один раз»?

5. Найдите корень уравнения $3^{\log_{81}(8x+8)} = 4$.

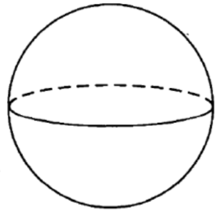
6. Площадь треугольника ABC равна 36, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.



7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \ldots, x_{12}$. Сколько из этих точек удовлетворяют неравенству $f'(x) > 0$?



8. Площадь поверхности шара равна 80. Найдите площадь сечения этого шара плоскостью, проходящей через центр шара.



9. Найдите значение выражения $4\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{8}\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$.

10. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре равна $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время $t = \alpha RC\log_2\frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 35 с. Ответ дайте в киловольтах.

11. Автомобиль выехал с постоянной скоростью 86 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 344 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 300 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 4^{x^2-14x+50}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\left(3^x-6\right)^2-16\left|3^x-6\right|=15-2\cdot3^{x+1}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1;\, 2]$.

14. Основанием правильной треугольной пирамиды $MABC$ служит треугольник ABC со стороной 6. Ребро MA перпендикулярно грани MBC. Через вершину пирамиды M и середины рёбер AC и BC проведена плоскость α.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равносторонним треугольником.

б) Найдите расстояние от вершины C до плоскости α.

15. Решите неравенство $\dfrac{1}{\log_{(x-1)}\frac{x}{6}} \geqslant -1$.

16. Окружность с центром O, вписанная в прямоугольный треугольник ABC, касается гипотенузы AB в точке M, а катета AC — в точке N, $AC < BC$. Прямые MN и CO пересекаются в точке K.

а) Докажите, что угол CKN в два раза меньше угла ABC.

б) Найдите BK, если $BC = 3\sqrt{2}$.

17. По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 14% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8% в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n, при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sin\sqrt{ax-x^2-\pi^2}+\cos2\sqrt{ax-x^2-\pi^2}=0$$

имеет ровно два решения.

19. У Бори нет источника воды, но есть три ведра различных объёмов, в двух из которых есть вода. За один шаг Боря переливает воду из ведра, в котором она есть, в другое ведро. Переливание заканчивается в тот момент, когда или первое ведро опустеет, или второе ведро заполнится. Выливать воду из вёдер запрещается.

а) Мог ли Боря через несколько шагов получить в одном из вёдер ровно 2 литра воды, если сначала у него были вёдра объёмами 4 литра и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объёмом 8 литров?

б) Мог ли Боря через несколько шагов получить равные объёмы воды во всех вёдрах, если сначала у него были вёдра объёмами 5 литров и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объёмом 10 литров?

в) Сначала у Бори были вёдра объёмами 3 литра и 6 литров полные воды, а также пустое ведро объёмом n литров. Какое наибольшее натуральное значение может принимать n, если известно, что, как бы ни старался Боря, он не сможет получить через несколько шагов ровно 4 литра воды в одном из вёдер?