

Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 21

Часть 1

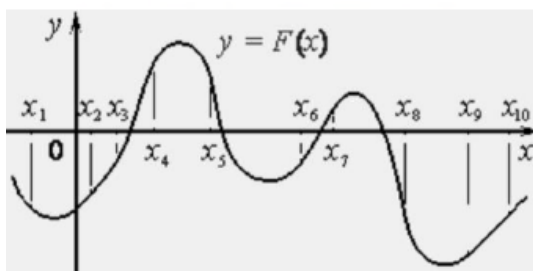
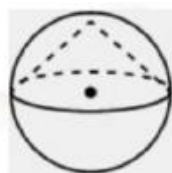
1 Найдите корень уравнения $\lg(x + 11) = 1$.

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5 или 6.

3 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 6$, $AB = 10$. Найдите $\sin B$.

4 Найдите значение выражения $\frac{16 \sin 98^\circ \cdot \cos 98^\circ}{\sin 196^\circ}$.

5 Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Образующая конуса равна $50\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.

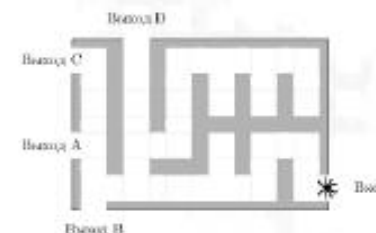
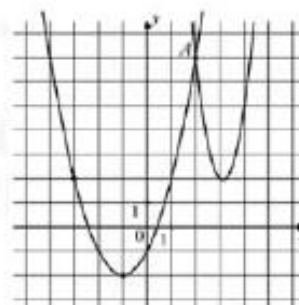


6 На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?

7 Наблюдатель находится на высоте h (в км). Расстояние l (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 96 км? Ответ дайте в км.

8 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

9 На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 25x + 41$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



10 На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D .

11 Найдите точку максимума функции

$$y = (x + 5)^2 \cdot e^{2-x}.$$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{\pi}{2}; \pi]$.

13 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K делит боковое ребро AA_1 в отношении $AK:KA_1 = 1:2$. Через точки B и K проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая ребро DD_1 в точке M .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро DD_1 в отношении $DM:MD_1 = 2:1$.
б) Найдите площадь сечения, если известно, что $AB = 4$, $AA_1 = 6$.

14 Решите неравенство

$$\frac{\log_4(64x) - 2}{\log_4^2 x + \log_4 x^3} \geq -1.$$

15 15-го марта планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1924 тысячи рублей?

16 В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 – середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH – высота, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

- Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.
- Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$.

17 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left(x + \frac{1}{x-a}\right)^2 - (a+9)\left(x + \frac{1}{x-a}\right) + 2a(9-a) = 0$$

имеет ровно 4 решения.

18 На доске написано более 35, но менее 49 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7.

- Сколько чисел написано на доске?
- Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
- Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.