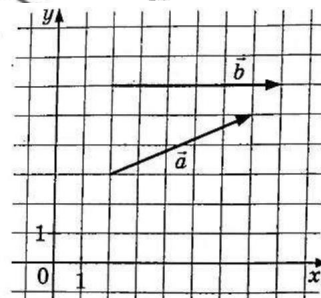
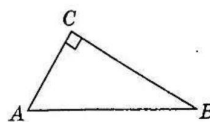
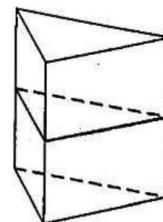


- 1 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 35$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AC .



- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- 3 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и полностью погрузили в неё деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см . Найдите объём детали. Ответ дайте в куб. см.



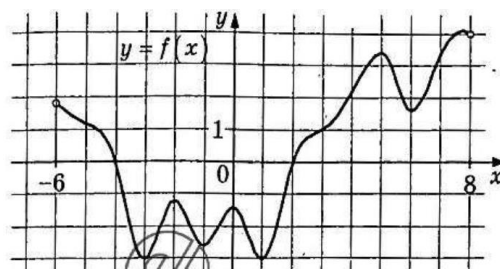
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна $0,81$. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна $0,56$. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19 включительно.

- 5 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» выиграет жребий ровно два раза.

- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt{53 - 4x} = 7$.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{4 \sin 112^\circ \cdot \cos 112^\circ}{\sin 224^\circ}$.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 8)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.

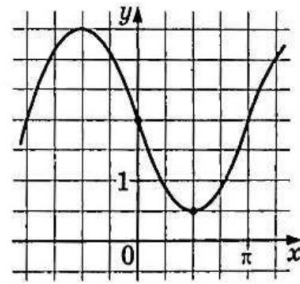


- 9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности Ip , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от -2 до 2 . Составители рейтинга считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{4Ip + Op + 3Tr + Q}{A}$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

- 10 Часы со стрелками показывают 4 часа 45 минут. Через сколько минут минутная стрелка в седьмой раз поравняется с часовой?



- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 10x - \ln(x + 14)^{10}$ на отрезке $[-13,5; 0]$.

Часть 2

- 13 а) Решите уравнение $\frac{17 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 8 \cos(3\pi + x)}{17 \sin(5\pi - x) - 15} = 0$.

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

- 14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 12$ и $BC = 2\sqrt{13}$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = 16$, $SB = 20$, $SD = 2\sqrt{77}$.

- а) Докажите, что прямые SA и BD перпендикулярны.
 б) Найдите угол между прямыми SC и BD .

- 15 Решите неравенство $\log_{\sqrt{9x^2+64-48x}}(8-3x)^8 + \log_5 25^{(3x-8)^2} \leq 40$.

- 16 Вклад планируется открыть на три года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 20% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале второго и третьего годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через три года вклад будет больше 15 млн рублей.

- 17 Точка P лежит на стороне AC равностороннего треугольника ABC . Окружность с диаметром BP пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Хорды MF и NE параллельны прямой BP . Отрезки FP и EP пересекают стороны AB и BC в точках T и S соответственно.

- а) Докажите, что треугольники APT и CSP подобны.
 б) Найдите отношение, в котором точка P делит отрезок AC , если площади треугольников APT и CSP относятся как 16 : 25.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{5x^3 - (a + 60)x^2 + a(12 + 5a)x - a^3}{\sqrt{12 - x + a}} = 0$$

имеет ровно одно решение.

- 19 Из натурального числа вычли сумму его цифр и получили натуральное число A .
- а) Может ли A равняться 126?
 б) Может ли A равняться 2988?
 в) Найдите все чётные натуральные числа, для которых $A = 15\,372$.