

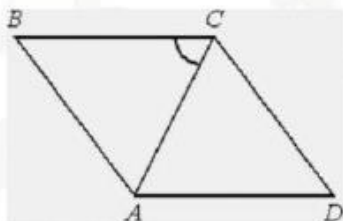
Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 31

Часть 1

1 Найдите корень уравнения $(x + 3)^9 = 512$.

2 В классе 16 учащихся, среди них два друга – Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

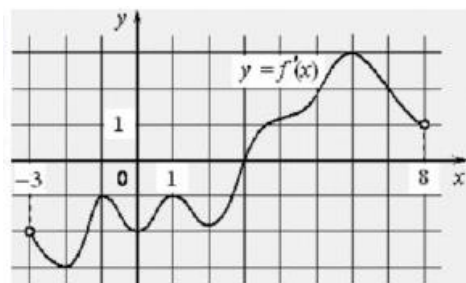
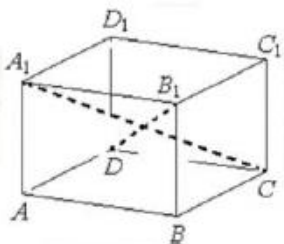
3 В ромбе $ABCD$ угол CDA равен 78° . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



4 Найдите значение выражения

$$\frac{7 \sin 154^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ}$$

5 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BD_1 = 2AD$. Найдите угол между диагоналями DB_1 и CA_1 . Ответ дайте в градусах.



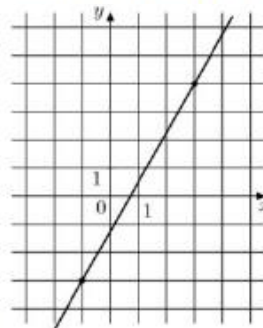
6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

7 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 3$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{768}$ м/мин² и $b = -\frac{1}{8}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

8 Расстояние между городами А и В равно 420 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 1 час следом за ним со скоростью 80 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -13,5$.



10 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем – 0,4. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,9?

11 Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(x + 9) - 10x + 7.$$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

12 а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} + 16^{\sin(x+\pi)} = \frac{17}{4}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right].$$

13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона AB основания равна 16, а высота пирамиды равна 4. На рёбрах AB , CD и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = DN = 4$ и $AK = 3$.

- Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.
- Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC .

14 Решите неравенство

$$\frac{15^x - 3^{x+1} - 5^{x+1} + 15}{-x^2 + 2x} \geq 0.$$

15 Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

16 Около треугольника ABC описана окружность. Прямая BO , где O – центр вписанной окружности, вторично пересекает описанную окружность в точке P .

- Докажите, что $OP = AP$.
- Найдите расстояние от точки P до прямой AC , если $\angle ABC = 120^\circ$, а радиус описанной окружности равен 18.

17 Найдите все значения параметра a , для каждого из которых любой корень уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3 \log_2(3x - 1) + 2a = 0$$

принадлежит отрезку $[1; 3]$.

18 С натуральным числом проводят следующую операцию: между каждыми двумя его соседними цифрами записывают сумму этих цифр (например, из числа 1923 получается число 110911253).

- Приведите пример числа, из которого получается 2108124117.
- Может ли из какого-нибудь числа получиться число 37494128?
- Какое наибольшее число, кратное 11, может получиться из трёхзначного числа?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.