Метод координат в решении стереометрических задач ЕГЭ.

Алгебра – не что иное, как записанная в символах геометрия, а геометрия – это просто алгебра, воплощенная в фигурах
Софий Жермен (1776-1831)

Учитель математики Тараненко Галина Робертовна
МБОУ «СТШ»

Расстояние между точками А и В

$$\rho(A;B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

где $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$, $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$;

Координаты С(х; у; z) отрезка АВ, если АС:ВС= λ

$A(x_1;\ y_1;\ z_1)$, $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$.

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\qquad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\qquad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$$

Расстояние от точки М до плоскости α

$$\rho(M;\alpha)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$M(x_0;y_0;z_0)$,

$\alpha:\ ax+by+cz+d=0;\qquad \vec{n}\{a;b;c\}\perp\alpha$

Нахождение угла между двумя векторами

$$\cos\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\vec{a}\{x_1;y_1;z_1\},\vec{b}\{x_2;y_2;z_2\}$$

Нахождение угла между прямыми

$$\cos\angle(a,b)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{\left|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$\vec{p}\{x_2;y_2;z_2\}$ - направляющий векор прямой *a*;

$\vec{n}\{x_1;y_1;z_1\}$ - направляющий векор прямой *b*;

$$\vec{p}\perp\vec{n}\Rightarrow\ x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$$

Нахождение угла между прямой и плоскостью

$$\sin\angle(l,\alpha)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{\left|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$\vec{n}\{x_1;y_1;z_1\}$ - вектор нормали к плосксти *α*,

$\vec{p}\{x_2;y_2;z_2\}$ - направляющий векор прямой *l*;

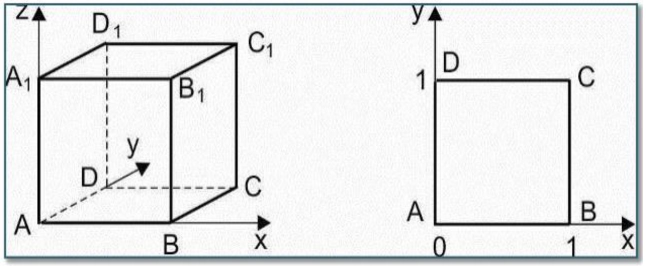
Нахождение угла между двумя плоскостями

$$\cos\angle(\alpha,\beta)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\left|\frac{\left|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}\right.$$

$\vec{n}\{x_1;y_1;z_1\}\perp\alpha$

$\vec{p}\{x_2;y_2;z_2\}\perp\beta$

1.Единичный куб

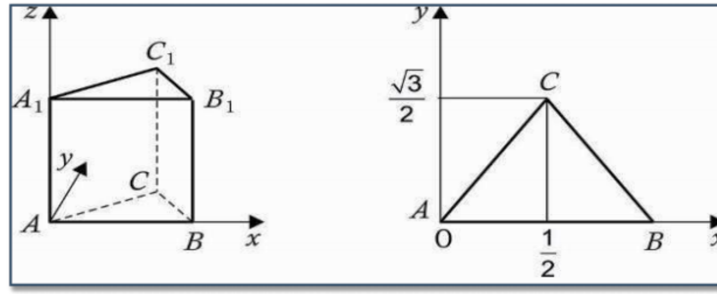


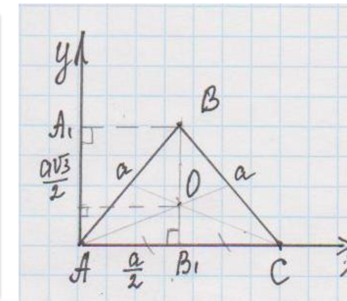
Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C (1,1,0) D (0,1,0)

A_1 (0,0,1) B_1 (1,0,1) C_1 (1,1,1) D_1 (0,1,1)

2.Правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, ребра которой равны 1



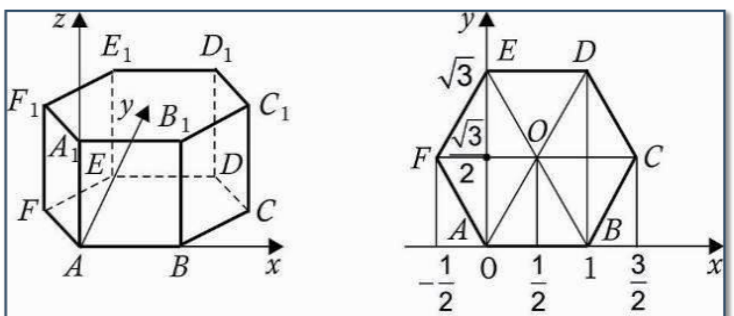


Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C $(0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

A_1 (0,0,1) B_1 (1,0,1) C_1 $(0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},1)$

3. Правильная шестиугольная призма $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1



Координаты вершин:

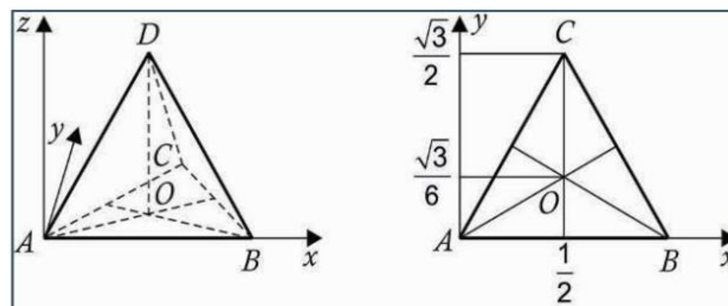
A (0,0,0) B (1,0,0) C $(1{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

D$(1,\sqrt{3},0)$ E$(0,\sqrt{3},0)$ F$(-0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

A_1 (0,0,1) B_1 (1,0,1) C_1 $(1{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},1)$

$D_1(1,\sqrt{3},1)$ $E_1(0,\sqrt{3},1)$ $F_1(-0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},1)$

4.Правильная треугольная пирамида (тетраэдр) ABCD, все ребра которого равны 1

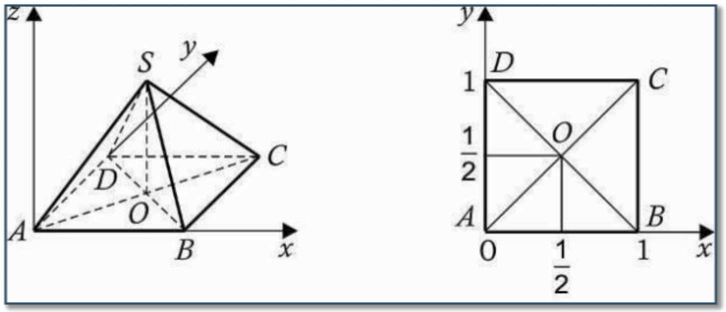


Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C $(0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

D $(0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{6},\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})$

5. Правильная четырехугольная пирамида ABCDS, все ребра которой равны 1

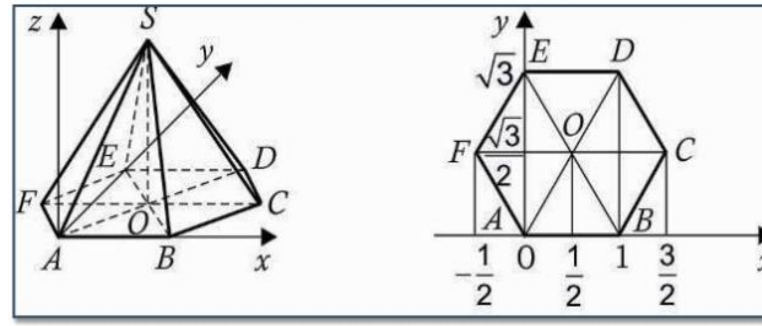


Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C (1,1 ,0)

D (0,1,0) S $(0{,}5;0{,}5,\frac{\sqrt{2}}{2})$

6. Правильная шестиугольная пирамида ABCDEFS, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2

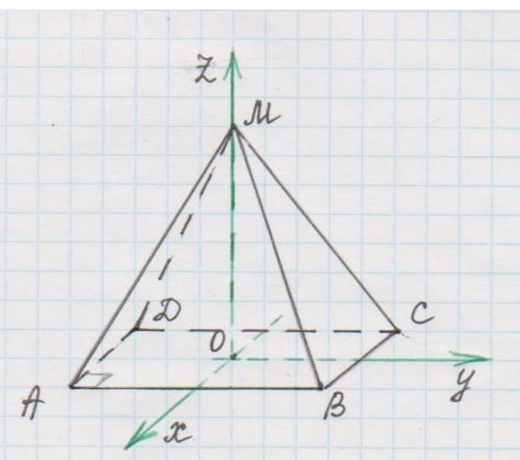


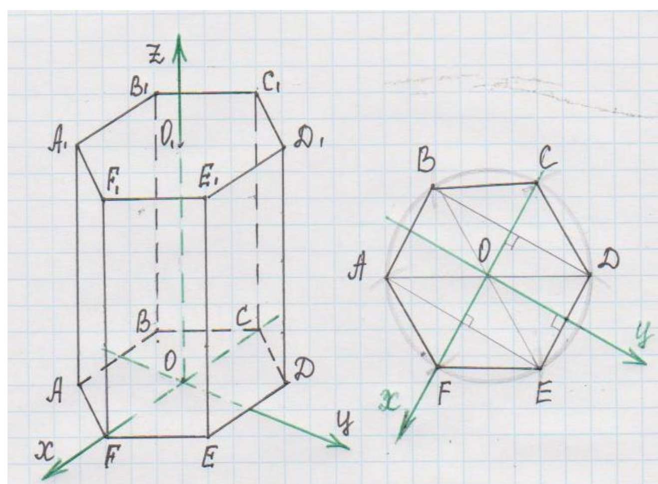
Координаты вершин:

A (0,0,0) B (1,0,0) C $(1{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

D$(1,\sqrt{3},0)$ E$(0,\sqrt{3},0)$ F$(-0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},0)$

S$(0{,}5,\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3})$

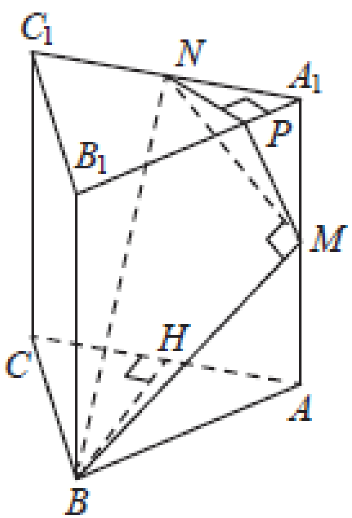




13 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.



Решение. а) Пусть точка H – середина AC. Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем $BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63$, тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник BMN является прямоугольным с прямым углом M.

б) Проведём перпендикуляр NP к прямой A_1B_1. Тогда $NP \perp A_1B_1$ и $NP \perp A_1A$. Следовательно, $NP \perp ABB_1$. Поэтому MP – проекция MN на плоскость ABB_1. Прямая BM перпендикулярна MN, тогда по теореме о трёх перпендикулярах $BM \perp MP$. Следовательно, угол NMP – линейный угол искомого угла.

Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1B_1C_1$, т.е. $NP = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Поэтому $\sin\angle NMP = \frac{NP}{MN} = \frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$. Следовательно, $\angle NMP = \arcsin\sqrt{\frac{3}{8}}$.

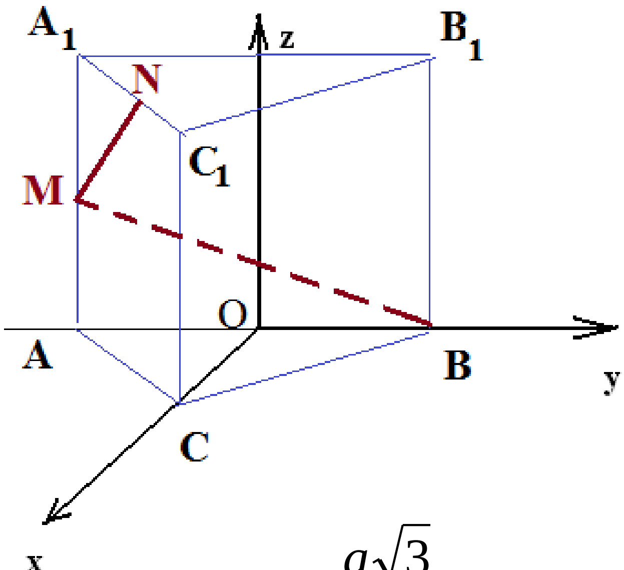
Ответ: б) $\arcsin\sqrt{\frac{3}{8}}$.

13 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

$$\boxed{\vec{p} \perp \vec{n} \Rightarrow \quad x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0}$$



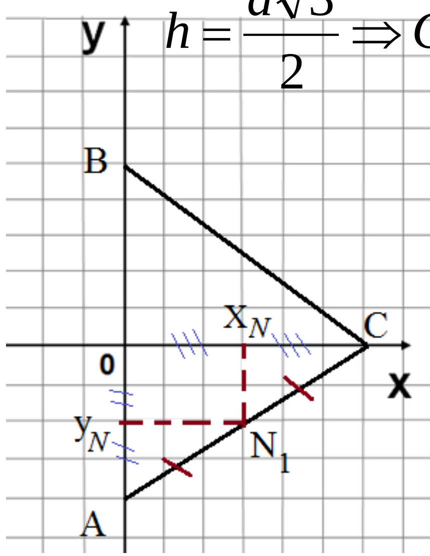
Решение.

а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

$$M(0;-3;3),\ B(0;3;0), \qquad \vec{MB}\{0;6;-3\}$$

$$N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};-\frac{3}{2};6\right) \qquad \vec{MN}\left\{\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2};3\right\}$$

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OC=3\sqrt{3}$$



$$\vec{MB}\cdot\vec{MN}=0\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}+6\cdot\frac{3}{2}+3\cdot(-3)=0 \Rightarrow MN \perp MB$$

Что и требовалось доказать.

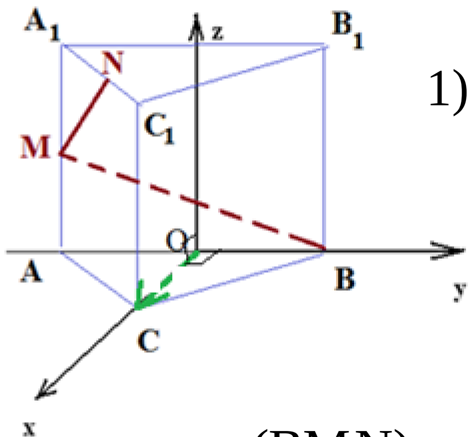
13 Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1.

$$\cos\angle(\alpha,\beta)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\alpha: ax+by+cz+d=0,$$



б) Составим уравнения плоскостей (BMN) и (ABB_1)

1) $M(0;-3;3)$: $B(0;3;0)$: $N\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};-\frac{3}{2};6\right)$:

$$\begin{cases} -3b+3c+d=0, & \Rightarrow c=2b \\ 3b+\quad d=0, & \Rightarrow d=-3b \\ \frac{3\sqrt{3}}{2}a-\frac{3}{2}b+6c+d=0; & \Rightarrow a=-\frac{5\sqrt{3}}{3}b \end{cases}$$

(BMN): $-\frac{5\sqrt{3}}{2}bx+by+2bz-3b=0;\,|\div b$

(BMN): $-\frac{5\sqrt{3}}{2}x+y+2z-3=0,\ \Rightarrow \vec{n}\left\{-\frac{5\sqrt{3}}{3};1;2\right\}$, где $\vec{n}\perp$ (BMN)

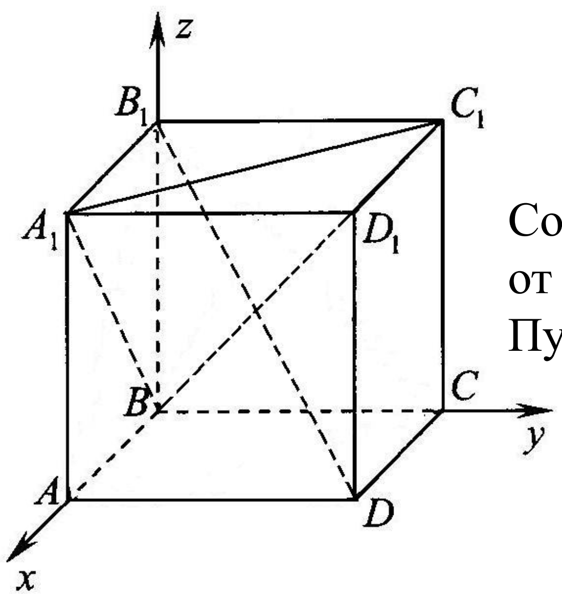
2) $\vec{OC}\perp(ABB_1)$, $\vec{OC}\,\{3\sqrt{3};0;0\}$

3) $$\cos\angle((BMN),(FBB_1))=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{OC}\right)\right|=\frac{\left|3\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)+0+0\right|}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{25\cdot3}{9}+1+4}}=\frac{15}{3\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{40}}{3}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\sin\angle((BMN),(FBB_1))=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{6}{16}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$$

Ответ: $\angle((BMN),(FBB_1))=\arccos\frac{\sqrt{10}}{4}$

№2 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведена диагональ B_1D. В каком отношении, считая от вершины B_1, плоскость A_1BC_1 делит диагональ B_1D?



$$\rho(M;\alpha)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Решение.

Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

Составим уравнение плоскости A_1BC_1 и найдём расстояние от этой плоскости до каждой из точек B_1 и D.

Пусть ребро куба равно 1.

$$\begin{array}{l} B(0;0;0): \\ A_1(1;0;1): \\ C_1(0;1;1): \end{array} \begin{cases} d=0 \\ b+c+d=0, \Rightarrow c=-b \\ a+\quad c+d=0; \Rightarrow a=b \end{cases}$$

$$(A_1BC_1): x+y-z=0, \Rightarrow a=1, b=1, c=-1, d=0$$

D(1;1;0) $\quad \rho_1(D;(A_1C_1B))=\dfrac{|1\cdot1+1\cdot1+0\cdot(-1)+0|}{\sqrt{1+1+1}}=\dfrac{2}{\sqrt3}=\dfrac{2\sqrt3}{3}$

$$\rho_1:\rho_2=\frac{2}{\sqrt3}:\frac{1}{\sqrt3}=2:1$$

$B_1(0;0;1)$ $\quad \rho_2(B_1;(A_1C_1B))=\dfrac{|0+0-1|}{\sqrt{1+1+1}}=\dfrac{1}{\sqrt3}=\dfrac{\sqrt3}{3}$

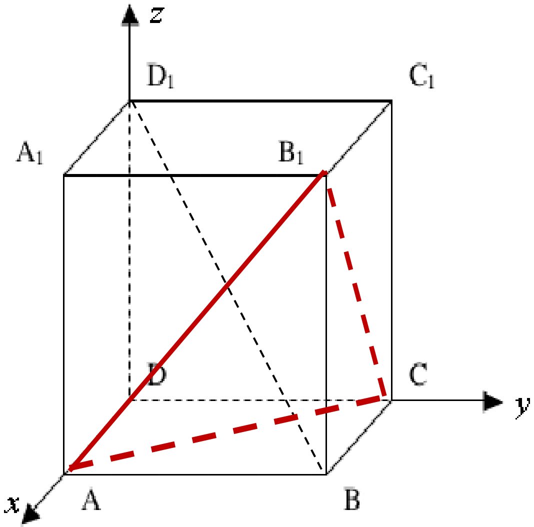
Ответ: 2:1.

№3 Задание 13 № 513264

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Докажите, что прямая BD_1 перпендикулярна плоскости ACB_1.

б) Найдите угол между плоскостями AD_1C_1 и A_1D_1C.



Решение.

а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz

1) Пусть ребро куба равно 1.

$D_1(0;0;1), B(1;1;0) \Rightarrow \vec{D_1B}\{1;1;-1\}$

2) Составим уравнения плоскости (AB_1C)

$$\begin{array}{ll} A(1;0;0): & \\ B_1(1;1;1): & \\ C(0;1;0): & \end{array} \begin{cases} a + d = 0, & \Rightarrow a = -d \\ a+b+c+d = 0, & \Rightarrow c = d \\ b + d = 0; & \Rightarrow b = -d \end{cases}$$

$$(AB_1C): -dx - dy + dz + d = 0, \Big| \div d$$

$$(AB_1C): -x - y + z + 1 = 0, \Rightarrow \vec{n}\{-1;-1;1\}$$, где $\vec{n} \perp (AB_1C)$

3)

$$\left.\begin{array}{l} \vec{n}\{-1;-1;1\} \\ \vec{D_1B}\{1;1;-1\} \end{array}\right. \Rightarrow \vec{n} = -\vec{D_1B} \Rightarrow \quad \vec{n}\ и\ \vec{D_1B}\ коллинеарны \Rightarrow \quad \vec{D_1B} \perp (AB_1C)$$

Что и требовалось доказать

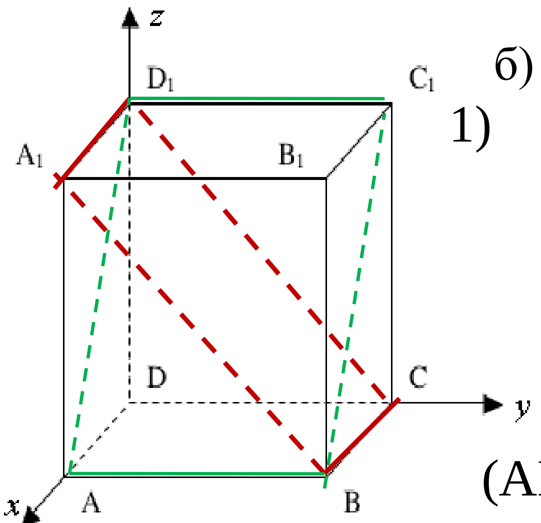
№3 Задание 13 № 513264

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Докажите, что прямая BD_1 перпендикулярна плоскости ACB_1.

б) Найдите угол между плоскостями AD_1C_1 и A_1D_1C.

$$\cos\angle(\alpha,\beta)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$



б) Составим уравнения плоскостей (ABD_1) и (CBD_1)

1)
$$\begin{matrix} D_1(0;0;1): \\ A(1;0;0): \\ B(1;1;0): \end{matrix}\quad \begin{cases} c+d=0, & \Rightarrow c=-d \\ a+d=0, & \Rightarrow a=-d \\ a+b+d=0; & \Rightarrow b=0 \end{cases}$$

$$(ABD_1):\ -x-z+1=0,\quad \Rightarrow \vec{n}\{-1;0;-1\}\quad \text{, где } \vec{n}\perp(ABD_1)$$

2)
$$\begin{matrix} D_1(0;0;1): \\ C(0;1;0): \\ B(1;1;0): \end{matrix}\quad \begin{cases} c+d=0, & \Rightarrow c=-d \\ b+d=0, & \Rightarrow b=-d \\ a+b+d=0; & \Rightarrow a=0 \end{cases}$$

$$(CBD_1):\ -y-z+1=0,\quad \Rightarrow \vec{p}\{0;-1;-1\}\quad \text{, где } \vec{p}\perp(CBD_1)$$

3)
$$\cos\angle((ABD_1),(CBD_1))=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|1+0+0|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\quad \Rightarrow \angle((ABD_1),(CBD_1))=60^\circ$$

Ответ: 60° .

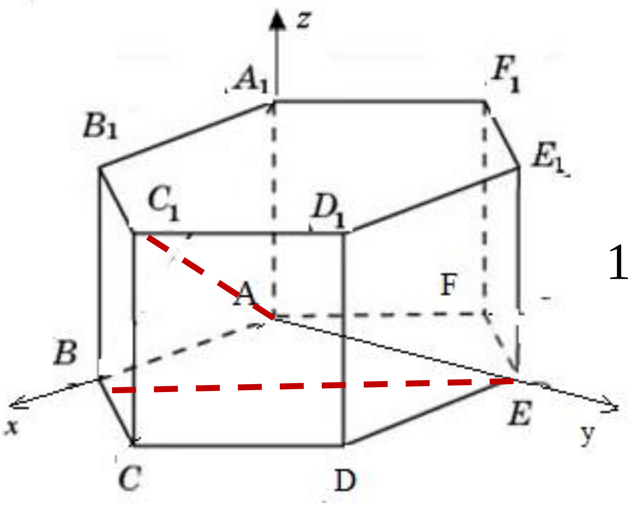
№4 Задание 13 № 501125

В правильной шестиугольной призме *ABCDEFA'B'C'D'E'F'* все ребра равны 1.

а) Докажите, что *AC'* перпендикулярна прямой *BE*.

б) Найдите угол между прямой *AC'* и плоскостью *ACD'*.

$$\boxed{\vec{p} \perp \vec{n} \Rightarrow \quad x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0}$$



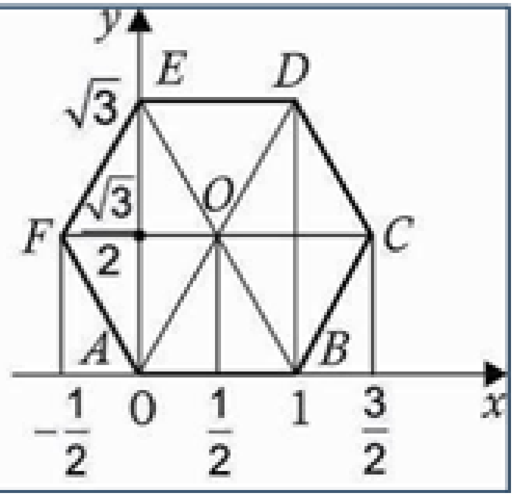
Решение.

а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

1) $B(1;0;0), E(0;\sqrt{3};0) \Rightarrow \quad \vec{BE}\{-1;\sqrt{3};0\}$

$C_1\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right), A(0;0;0) \Rightarrow \vec{AC_1}\left\{\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right\}$

2) $\vec{BE} \cdot \vec{C_1A} = -\frac{3}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 = 0 \Rightarrow AC_1 \perp BE$



$A(0;0;0), E(0;\sqrt{3};0),$

$C_1\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right), B(1;0;0)$

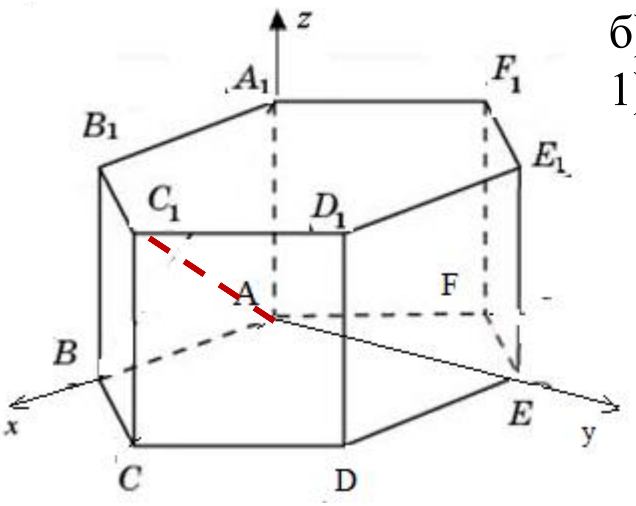
№4 Задание 13 № 501125

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что AC' перпендикулярна прямой BE.

б) Найдите угол между прямой AC' и плоскостью ACD'.

$$\sin\angle(l,\alpha)=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{p}\right)\right|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$



б)

1) Составим уравнения плоскости (ACD_1)

$$A(0;0;0):\quad C\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right):\quad D_1\left(1;\sqrt{3};1\right):\quad \begin{cases} d=0, \\ \frac{3}{2}a+\frac{\sqrt{3}}{2}b+d=0, & \Rightarrow a=-\frac{b}{\sqrt{3}} \\ a+\sqrt{3}b+c+d=0; & \Rightarrow c=-\frac{b}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$(ACD_1):\quad -\frac{b}{\sqrt{3}}x+by-\frac{2b}{\sqrt{3}}z=0;\left|\div\left(-\frac{b}{\sqrt{3}}\right)\right.$$

$$(ACD_1): x-\sqrt{3}y+2z=0,\qquad \Rightarrow \vec{n}\{1;-\sqrt{3};2\}\quad \text{, где } \vec{n}\perp(ACD_1)$$

2)

$$\vec{AC_1}\left\{\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};1\right\}$$

3)

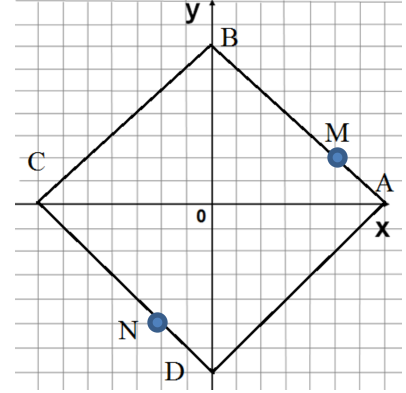
$$\sin\angle(AC_1,(ACD_1))=\left|\cos\angle\left(\vec{n},\vec{AC_1}\right)\right|=\frac{\left|1\cdot\frac{3}{2}-\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cdot1\right|}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{4}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Ответ}:\angle(AC_1,(ACD_1))=\arcsin\frac{\sqrt{2}}{4}$$

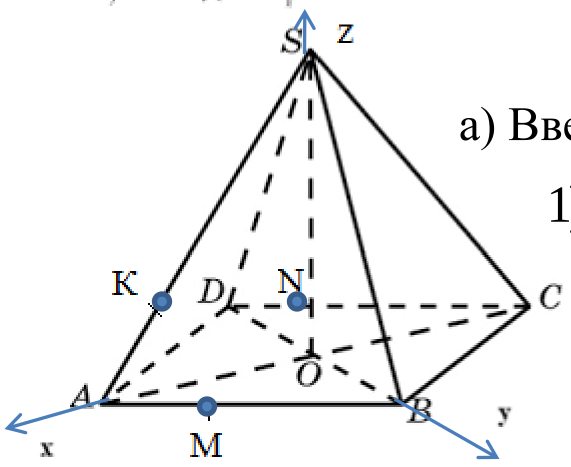
№5 14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ сторона основания равна 8, а высота равна 7. На рёбрах AS, AB и CD отмечены соответственно точки K, M и N такие, что $SK=6$, $BM=CN=2DN$.

а) Докажите, что плоскости KMN и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.



Решение.



а) Введем прямоугольную систему координат Oxyz.

1) Составим уравнения плоскости (SBC)

$$S(0;0;7): \quad C(-4\sqrt{2};0;0): \quad B(0;4\sqrt{2};0): \quad \begin{cases} 7c+d=0, & \Rightarrow d=-7c \\ -4\sqrt{2}a+d=0, & \Rightarrow a=-\dfrac{7c}{4\sqrt{2}} \\ 4\sqrt{2}b+d=0; & \Rightarrow b=-\dfrac{7c}{4\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$(SBC):\ -7x+7y+4\sqrt{2}z-28\sqrt{2}=0, \qquad \Rightarrow \vec{n}\{-7;7;4\sqrt{2}\}$$

2) $M\in AB$

$$x_м=\frac{x_B+\lambda x_A}{1+\lambda} \quad y_м=\frac{y_B+\lambda y_A}{1+\lambda} \quad z_м=\frac{z_B+\lambda z_A}{1+\lambda}$$

$$\frac{BM}{AM}=\frac{2}{1}\Rightarrow\lambda=2$$

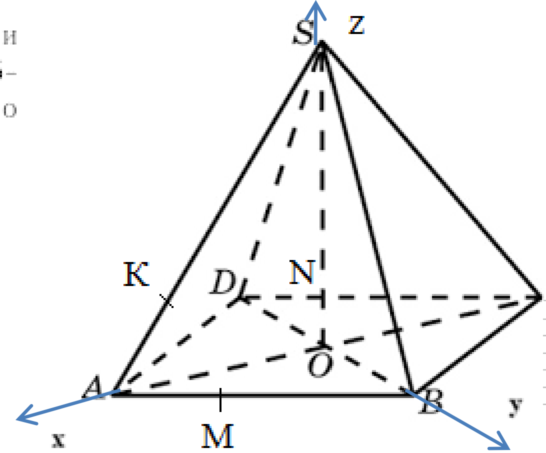
$$x_м=\frac{0+2\cdot4\sqrt{2}}{1+2}=\frac{8\sqrt{2}}{3} \quad y_м=\frac{4\sqrt{2}+2\cdot0}{1+2}=\frac{4\sqrt{2}}{3} \quad z_м=0$$

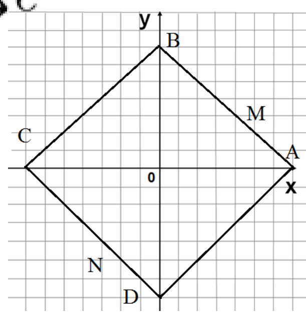
$$M\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};\frac{4\sqrt{2}}{3};0\right)$$

№5 $\boxed{14}$ В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ сторона основания равна 8, а высота равна 7. На рёбрах AS, AB и CD отмечены соответственно точки K, M и N такие, что $SK = 6$, $BM = CN = 2DN$.

а) Докажите, что плоскости KMN и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.





3) $\Delta AOS - прямоугольный$

$$AS = \sqrt{32+49} = 9 \Rightarrow AK = 9-6 = 3$$

$$K \in AS \qquad \frac{SK}{AK} = \frac{2}{1} \Rightarrow \lambda = 2 \qquad K\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};0;\frac{7}{3}\right)$$

$$N \in CD \qquad \frac{CN}{ND} = \frac{2}{1} \Rightarrow \lambda = 2 \qquad N\left(\frac{-4\sqrt{2}}{3};\frac{-8\sqrt{3}}{3};0\right)$$

4) Составим уравнения плоскости (MNK)

$$N\left(\frac{-4\sqrt{2}}{3};\frac{-8\sqrt{3}}{3};0\right) \qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{-4\sqrt{2}}{3}a - \frac{8\sqrt{2}}{3}b + d = 0; \\ &\frac{8\sqrt{2}}{3}a + \frac{7}{3}c + d = 0, \\ &\frac{8\sqrt{2}}{3}a + \frac{4\sqrt{2}}{3}b + d = 0, \end{aligned}\right. \qquad c = \frac{4\sqrt{2}}{7}b$$

$$K\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};0;\frac{7}{3}\right) \qquad d = \frac{4\sqrt{2}}{3}b$$

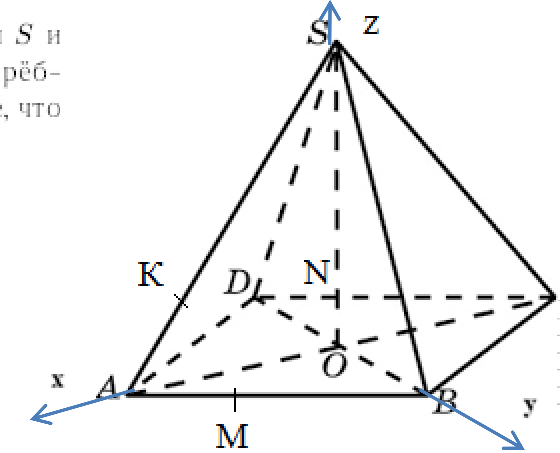
$$M\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};\frac{4\sqrt{2}}{3};0\right) \qquad a = -b$$

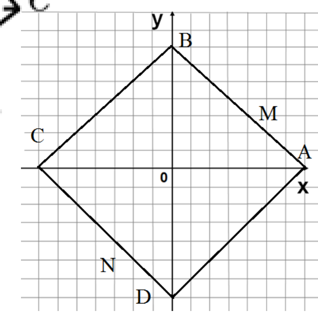
№5

$\boxed{14}$ В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S и основанием $ABCD$ сторона основания равна 8, а высота равна 7. На рёбрах AS, AB и CD отмечены соответственно точки K, M и N такие, что $SK = 6$, $BM = CN = 2\,DN$.

а) Докажите, что плоскости KMN и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.





4) Составим уравнения плоскости (MNK)

$$(MNK):\quad -x+y+\frac{4\sqrt{2}}{7}z+\frac{4\sqrt{2}}{3}=0,\qquad \Rightarrow \vec{p}\left\{-1;1;\frac{4\sqrt{2}}{7}\right\}$$

$$(SBC):\ -7x+7y+4\sqrt{2}z-28\sqrt{2}=0,\qquad \Rightarrow \vec{n}\left\{-7;7;4\sqrt{2}\right\}$$

$$\vec{n}=7\vec{p}\Rightarrow \vec{n},\vec{p}-\text{коллинеарны}\qquad \Rightarrow\quad (MNK)\,||\,(SBC)$$

$$\vec{n}\perp(MNK)\qquad \vec{p}\perp(SBC)$$

б) Найдём расстояние от точки K до (SBC).

$$\vec{n}\left\{-7;7;4\sqrt{2}\right\}$$

$$K\left(\frac{8\sqrt{2}}{3};0;\frac{7}{3}\right)$$

$$\rho_1(K;(SBC))=\frac{\left|\frac{8\sqrt{2}}{3}\cdot(-7)+\frac{7}{3}\cdot4\sqrt{2}-28\sqrt{2}\right|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{112\sqrt{2}}{3\sqrt{130}}=\frac{112}{3\sqrt{65}}$$

Ответ: $\rho(K;(SBC))=\dfrac{112}{3\sqrt{65}}$

Спасибо за внимание!