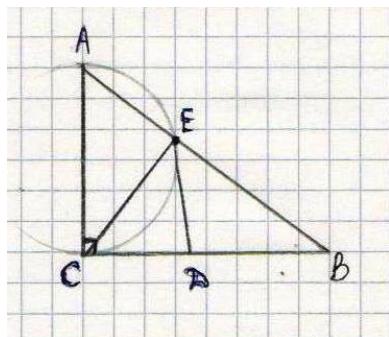


Задание 3 В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC как на диаметре построена окружность, которая пересекает гипотенузу AB в точке E. Через точку E проведена касательная к окружности, которая пересекает катет CB в точке D. Докажите, что треугольник BDE равнобедренный.

Задание 4 Доказать, что при положительных a и b ($a \neq b$) выполняется неравенство

$$\frac{b}{b-a} + \frac{a+b}{a} - \frac{a}{b-a} + \frac{a}{b} > 4$$

Задание 5 Вася возвёл натуральное число \mathbf{a} в квадрат, записал результат на доску и стёр последние 2005 цифры. Могла ли последняя цифра оставшегося на доске числа равняться единице?



Задание 3 Решение:

Дано: $\triangle ABC, \angle C = 90^\circ$

ED - касательная

Доказать: $\triangle BDE$ - равнобедренный.

Доказательство:

1) $\angle CEA = 90^\circ$, как вписанный угол, который опирается на диаметр.

2) $\angle DBE = 90^\circ - \angle BCE = 90^\circ - \angle DCE$

$\angle BED = 90^\circ - \angle DEC$

3) Т.к. $DE = DC$, как отрезки касательных, проведённых из одной точки к окружности, то $\triangle CDE$ - равнобедренный, тогда $\angle DCE = \angle DEC$, а это значит что $\angle DBE = \angle BED$, то есть $\triangle BDE$ - равнобедренный.

Задание 4 Решение:

$$\frac{b}{b-a} + \frac{a+b}{a} - \frac{a}{b-a} + \frac{a}{b} = \frac{b}{b-a} - \frac{a}{b-a} + 1 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b-a} + 1 + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right) = 2 + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right) > 2 + 2 = 4$$

т.к. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ это сумма двух взаимно обратных положительных чисел.

Задание 5 Решение:

Рассмотрим число

$a = \underbrace{32000\dots00}_{1001}, \text{ тогда } a^2 = 1024 \underbrace{000\dots00}_{2002}.$ Если стереть последние 2005 цифр, то останется число 1.

Ответ: могла.