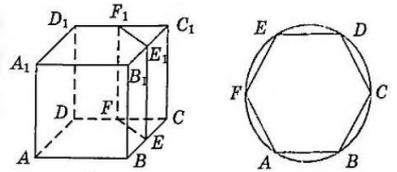


1 Периметр правильного шестиугольника равен 150.

Найдите диаметр описанной окружности.

2 Даны векторы $\vec{m}(-7; 3)$, $\vec{n}(-3; 5)$ и $\vec{k}(-2; y)$. Найдите y , если $(\vec{m} - \vec{n}) \cdot \vec{k} = 0$.

3 Объём треугольной призмы, отсечаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 19. Найдите объём куба.



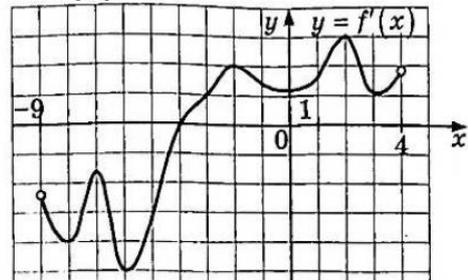
4 Клиент получает в банке кредитную карту. Четыре последние цифры номера карты случайные. Какова вероятность того, что эти последние четыре цифры идут подряд в порядке возрастания, например 0123 или 4567?

5 В ящике 14 красных и 12 синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счёту?

6 Решите уравнение $\frac{x-7}{7x+9} = \frac{x-7}{x-3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

7 Найдите значение выражения $4p(x-4) - p(4x)$, если $p(x) = 2x + 5$.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-5; 3]$.



9 Скорость движения автомобиля v (км/ч) и угловая скорость вращения вала двигателя $\omega_{\text{двиг.}}$ (об/мин) связаны соотношением $v = \frac{0,0006 \cdot \pi d \omega_{\text{двиг.}}}{kb}$, где d — диаметр колеса (см), k —

передаточное число дифференциала автомобиля, а b — передаточное число коробки передач при выбранной передаче. В таблице указаны передаточные числа для автомобиля «Лада-Калина».

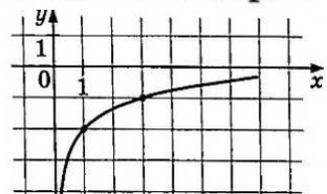
	Коробка передач						Дифференциал
	1-я пер.	2-я пер.	3-я пер.	4-я пер.	5-я пер.	Задняя	
Передаточное число.	3,636	1,950	1,357	0,941	0,784	3,500	3,706

У автомобиля «Лада-Калина» диаметр колеса равен 58 см. Водитель двигается на 2-й передаче с постоянной скоростью. Прибор (тахометр) показывает, что число оборотов двигателя равно 3000 об/мин. Считайте, что $\pi = 3,14$. Найдите скорость автомобиля в км/ч. Результат округлите до целого значения.

10 Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 594 литра она заполняет на 5 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 648 литров?

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$.

Найдите $f\left(\frac{1}{3}\right)$.



12] Найдите наименьшее значение $y = 2x - 2\sin x + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

13] а) Решите уравнение $(4\sin^2 x - 3)\sqrt{x^2 - 36\pi^2} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[15; 20]$.

14] В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Точка M — середина ребра B_1C_1 , точка N лежит на ребре AC , причём $AN : NC = 15 : 1$. Катет AC в четыре раза больше бокового ребра AA_1 призмы.

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна прямой CA_1 .

б) Найдите угол между прямой MN и плоскостью основания $A_1B_1C_1$, если $\cos \angle CBA = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

15] Решите неравенство $2x \geq \log_5 (29 \cdot 10^{x-1} - 4^x)$.

16] Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 10 млн руб.

17] Дан остроугольный треугольник ABC . Биссектриса внутреннего угла при вершине B пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M , а биссектриса внутреннего угла при вершине C пересекает биссектрису внешнего угла при вершине B в точке N .

а) Докажите, что $\angle CNM = \angle MBC$.

б) Найдите CN , если $AB = AC = 15$, $BC = 18$.

18] Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$x^4 + 4x^3 + 4ax - 16x - 16 + 8a - a^2 = 0$ имеет не менее трёх корней.

19] На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 363. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.