

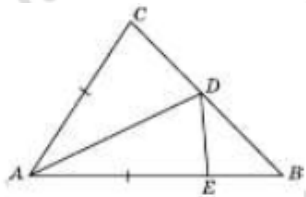
Контрольно-измерительные материалы
Математика (профильный уровень), ЕГЭ
Вариант 19

Часть 1

1. Решите уравнение $(x-1)^3 = -8$.

2. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

3. В треугольнике ABC угол B равен 45° , угол C равен 85° , AD — биссектриса, E — такая точка на AB , что $AE = AC$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.



4. Найдите значение выражения

$$a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right) \quad \text{при } a = 36,7$$

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина ребра AA_1 , точка L — середина ребра $A_1 B_1$, точка M — середина ребра $A_1 D_1$. Найдите угол MLK . Ответ дайте в градусах.

6. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^2 + 4t + 15$, где x — расстояние от точки отсчета в

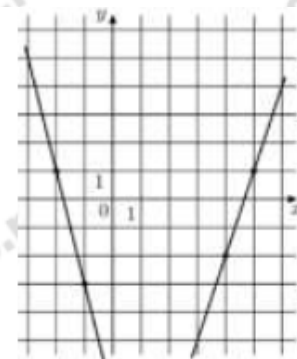
метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

10. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

7. Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_{\text{л}}$ была не менее чем $2 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

8. Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B . На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость баржи на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображены графики функций вида $f(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



11. Найдите точку максимума функции $y = (x-2)^2(x-4) + 5$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\frac{2\sin^2 x + 3\cos x}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

13. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 24, а боковое ребро SA равно 19. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .

б) Найдите площадь многоугольника, который является сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

14. Решите неравенство:

$$\log_7(4x + 11) - \log_7(25 - x^2) \geq \sin \frac{11\pi}{2}.$$

15. Светлана Михайловна взяла кредит в банке на 4 года на сумму 4 420 000 рублей. Условия возврата кредита таковы: в конце каждого года банк увеличивает текущую сумму долга на 10 %. Светлана Михайловна хочет выплатить весь долг двумя равными платежами — в конце второго и четвертого годов. При этом платежи в каждом случае выплачиваются после начисления процентов. Сколько рублей составит каждый из этих платежей?

16. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причем $AC_1 : C_1B = 7 : 12$, $BA_1 : A_1C = 3 : 1$, $AB_1 : B_1C = 3 : 4$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что четырехугольник ADA_1B_1 — параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 21$, $BC = 16$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(2a - 1)x^2 - (a - 3)x + a + 5 = 0$$

имеет два корня разных знаков, модуль каждого из которых больше 1.

18 За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. В турнире принимают участие m мальчиков и d девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

а) Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если $m = 3$, $d = 2$?

б) Какова сумма набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$.

в) Каковы все возможные значения d , если $m = 7d$ и известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.