

Различные приемы решения заданий высокого уровня сложности (№25)

Подготовил:

учитель математики

Гимназия Ф. К. Салманова

Шибко Елена Николаевна

*Если хотите научиться плавать,
то смело входите в воду,
а если хотите научиться решать
задачи,
то решайте их.*

Дьёрдь Пойа

Необходимые условия успеха при решении задач по геометрии

- ✓ Уверенное владение основными понятиями и их свойствами (определения, аксиомы, теоремы, базовые задачи)
- ✓ Знание основных методов решения задач
- ✓ Умение комбинировать методы решения задач
- ✓ Наличие опыта решения задач

Трудности решения геометрических задач

- ✓ Неалгоритмичность задач
- ✓ Необходимость выбора метода решения задачи и теоремы для решения конкретной задачи (нескольких теорем) из большого набора известных фактов
- ✓ Нужно решить довольно много задач, чтобы научиться их решать.

Что нужно помнить, при решении задачи

№25:

1) *Треугольники и их элементы:*

признаки равенства треугольников; признаки подобия треугольников; свойства сторон и углов треугольника; площадь; свойства медианы. биссектрисы и высоты треугольника; средняя линия и серединный перпендикуляр треугольника; равнобедренный, равносторонний, прямоугольный треугольники; окружность описанная около треугольника и вписанная в треугольник.

2) *Окружность и их элементы:*

понятие окружности, круга и их элементов;
взаимное расположение прямой и
окружности; свойства хорд окружности;
касательные и секущие к окружности;
свойства вписанных углов; взаимное
расположение двух окружностей; общие
касательные двух окружностей.

3) *Четырехугольники и их свойства:*

Виды четырехугольников и их свойства;
вписанные и описанные
четырехугольники; правильные
многоугольники.

Дьёрдь Пóйа — венгерский, швейцарский и американский математик:

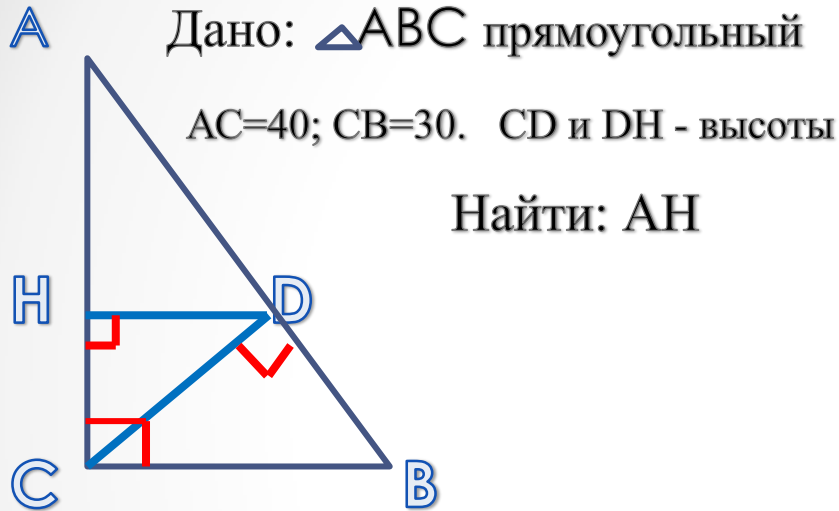
Недостаточно лишь понять задачу, необходимо желание решить ее.

Без сильного желания решить трудную задачу невозможно, но при наличии такого возможно.

Где есть желание, найдется путь!



В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AC = 40$ и $CB = 30$ проведена высота CD . Затем в треугольнике ACD проведена высота DH . Найдите AH .



• Решение.

1 $\triangle ABC$ – прямоугольный. По теореме Пифагора

$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$

$$AB = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$$

2.

$$\cos \angle CAB = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos \angle CAB = \frac{40}{50} = 0,8$$

- 3. $\triangle ADC$ -прямоугольный.

Найдем сторону AD

$$\cos \angle BAC = \frac{AD}{AC}$$

$$0,8 = \frac{AD}{40}; \quad AD = 40 \cdot 0,8 = 32$$

- 4. $\triangle AHD$ -прямоугольный

Найдем сторону AH .

$$\cos \angle BAC = \frac{AH}{AD}$$

$$AH = AD \cdot \cos \angle BAC = 32 \cdot 0,8 = 25,6$$

Ответ: 25,6

№2. Биссектрисы углов А и В параллелограмма ABCD пересекаются в точке М, которая удалена от стороны АВ на расстояние, равное 9. Найдите площадь параллелограмма, если сторона АД равна 13.

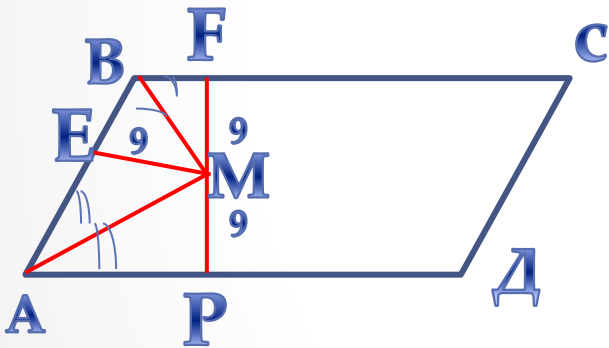
Дано:

ABCD – параллелограмм

BM и AM – биссектрисы

EM = 9; AD = 13

Найдите : S параллелограмма



Решение.

Точка М лежит на биссектрисе угла А и биссектрисе угла В, значит, она равноудалена от сторон угла А, так от сторон угла В. Значит, $EM = MP = FM = 9$. FP – высота параллелограмма.

$$S_{ABCD} = AD \cdot FP = 13 \cdot 18 = 234$$

Ответ: 234

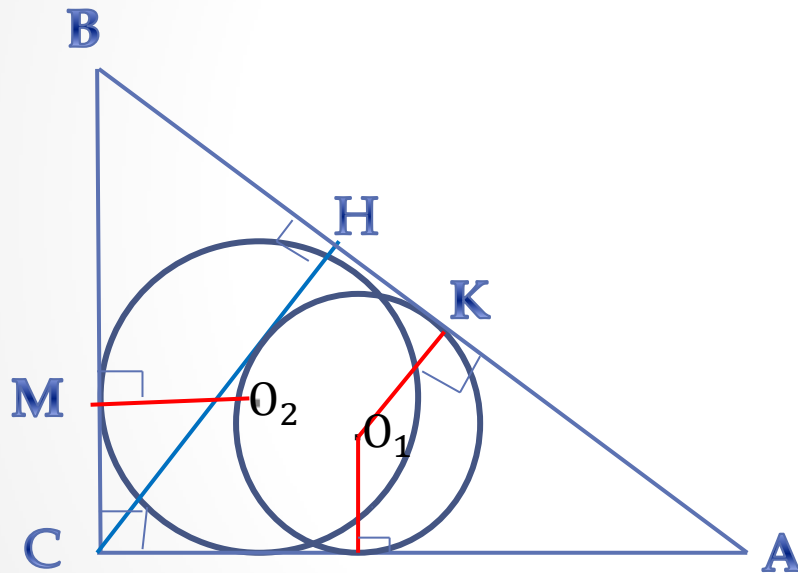
№3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH. Радиус окружности, вписанной в треугольник ACH, равен 21, $\sin A = 0,8$.

Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Дано: $\triangle ABC$ – прямоугольный
 $\angle C = 90^\circ$.

$R_{O_1K} = 21$; $\sin A = 0,8$

Найти: R_{O_2M}



Решение.

1) $\angle CHA = \angle BCA = 90^\circ$, $\angle A$ -общий, значит, $\triangle ACH \sim \triangle ABC$.

$$2) \sin A = \frac{BC}{AB}; \sin A = 0,8; \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$$

Обозначим $BC = 4x$, $AB = 5x$, по теореме Пифагора найдем AC .

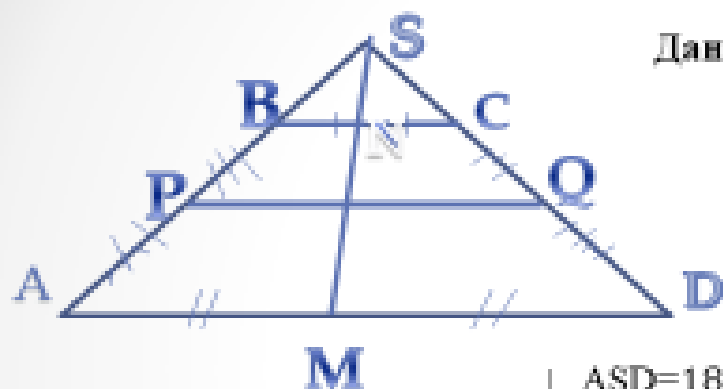
$$AC = \sqrt{(5x)^2 - (4x)^2} = 3x$$

3) Т. к. $\triangle ACH \sim \triangle ABC$, $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$.

$$\frac{O_1K}{O_2M} = \frac{3}{5}, \quad O_2M = \frac{5 \cdot O_1K}{3} = \frac{5 \cdot 21}{3} = 35$$

Ответ: 35

Углы при одном основании трапеции равны 39° и 51° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 19 и 17. Найдите основания трапеции.



Дано: $ABCD$ – трапеция

$\angle A=39^\circ$; $\angle D=51^\circ$; $PQ = 19$; $BC = 17$

Найдите BC ; AD

Решение.

1) Пусть $AD = a$; $BC = b$.

2) Рассмотрим треугольники ASD и BSC .

$\angle ASD = 180^\circ - 51^\circ - 39^\circ = 90^\circ$. Значит, треугольники прямоугольные.

3) BC и PQ – средние линии.

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе равна, половине гипотенузы.

Значит, $SN = \frac{b}{2}$; $SM = \frac{a}{2}$. Следовательно, $NM = SM - SN = \frac{a-b}{2} = 17$

PQ – средняя линия трапеции. $PQ = \frac{a+b}{2}$. $\frac{a+b}{2} = 19$

$$\begin{cases} \frac{a-b}{2} = 17 \\ \frac{a+b}{2} = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{a-b}{2} = 17 \\ \frac{a-b}{2} + \frac{a+b}{2} = 17+19 \end{cases} \quad \begin{matrix} a=36; \text{ и } b=2 \\ \text{Ответ: } 36; 2 \end{matrix}$$

Спасибо за внимание!