

Контрольно-измерительные материалы
Математика (профильный уровень), ЕГЭ
Вариант 33

Часть 1

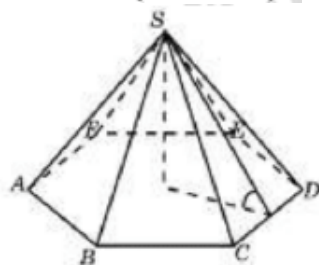
1. Найдите корень уравнения $\sqrt{27+6x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

2. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 92 качественных сумки приходится 8 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$. Найдите высоту CH .

4. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

5. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.



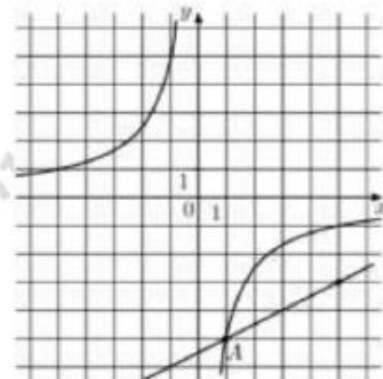
6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



7. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

8. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



10. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 65% этих стекол, вторая — 35%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

11. Найдите точку максимума функции $y = \log_2(2 + 2x - x^2) - 2$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

12. а) Решите уравнение

$$\cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + x\right)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

13. $ABCA_1B_1C_1$ — правильная призма, сторона AB равна

16. Через точки M и P , лежащие на рёбрах AC и BB_1 соответственно, проведена плоскость α , параллельная прямой AB . Сечение призмы этой плоскостью — четырёхугольник, одна сторона которого равна 16, а три другие равны между собой.

а) Докажите что периметр сечения призмы плоскостью α больше 40.

б) Найдите расстояние от точки A до плоскости α , если упомянутый периметр равен 46.

14. Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}.$$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

16. Биссектриса CD угла ACB при основании равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) делит сторону AB так, что $AD = BC = 2$.

а) Докажите, что $CD = BC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_3^2(7x^2 + 1) + (3a^2 - a + 3)\log_3(7x^2 + 1) + 4a^2 - a^4 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

18. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход из них можно получить числа $a + b$ и $2a - 1$ или числа $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить числа 5 и 3 или 5 и 5).

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из чисел, написанных на доске, окажется числом 19.

б) Может ли после 100 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 200?

в) Сделали 1007 ходов, причем на доске никогда не было равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?