

Контрольно-измерительные материалы

Математика (профильный уровень), ЕГЭ

Вариант 34

Часть 1

1

Найдите корень уравнения $49^{x-2} = \frac{1}{7}$.

2

На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что этот вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

3

Один угол параллелограмма больше другого на 40° . Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

24

4

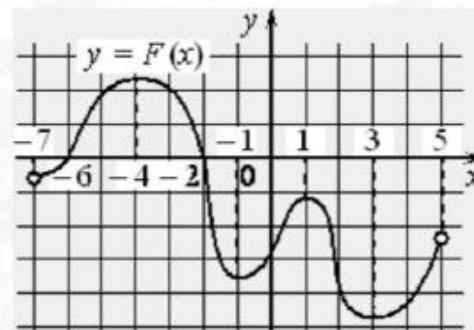
Найдите значение выражения $\sin^2 127^\circ + 4 + \sin^2 217^\circ$.

5

В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объём этого шара, делённый на π .

6

На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 2]$.



7

Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{эксп}}}{(K+1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1},$$

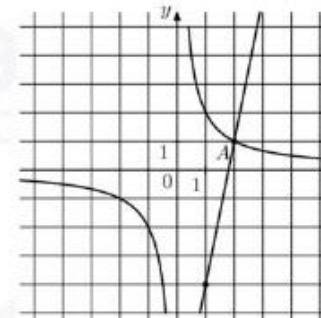
$r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{эксп}}$ – оценка магазина, данная экспертами, K – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,51.

8

В сосуд, содержащий 10 литров 24-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

9

На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



10

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

11

Найдите точку максимума функции $y = \frac{x^2 + 36}{x}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

12

а) Решите уравнение

$$2\cos^2 x + 2 \sin 2x = 3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right].$$

13

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 4. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1P : PB_1 = 2 : 1$, где P – точка пересечения плоскости α с ребром A_1B_1 .

б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани BB_1C_1C .

14

Решите неравенство $\frac{8^{x+1} - 40}{2 \cdot 64^x - 32} \leq 1.$

15

31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

16

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точки K, L, M и N – середины сторон AB, BC, CD и AD соответственно.

Площади четырёхугольников $ABLN$ и $NLCD$ равны, а площади четырёхугольников $KBCM$ и $AKMD$ относятся как 11:17.

- Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
- Найдите отношение BC к AD .

17

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - a(a-1)x - a^3}{\sqrt{3+2x-x^2}} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18

В течение n дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждое из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество чисел меньше, чем в предыдущий день.

- Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 7. Может ли n быть больше 6?
- Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 2, а среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 2,5?
- Известно, что $n = 6$. Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?