

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 122

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

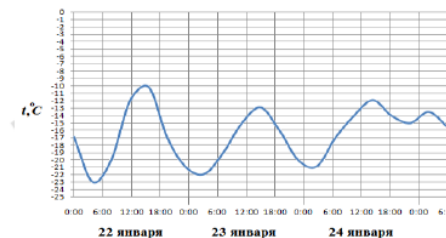
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

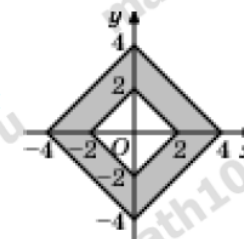
Часть 1

1. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости

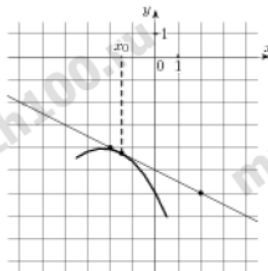


4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

5. Решите уравнение $2^{x^2+x} = \frac{2}{\sqrt[4]{2}}$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их сумму.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AH = 27$, $\operatorname{tg} A = 2/3$. Найдите BH .

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A, B, D, E, A_1, B_1, D_1, E_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.

Часть 2

9. Найдите $p(x) + p(6-x)$, если $p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}$ при $x \neq 3$.

10. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле

$P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг — общая масса навеса и колонны,

D — диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

11. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (8-x)e^{9-x}$ на отрезке $[3; 10]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_{0,5}^2(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2^{-4\log_3 9}; \frac{3}{2}\right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 6. На рёбрах AA_1 и CC_1 отмечены точки M и N соответственно, причём $AM = 2$, $CN = 1$.

а) Докажите, что плоскость MNB_1 разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.

б) Найдите объём тетраэдра $MNBB_1$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{x+3}(x^2 - 3x + 1) \leq \log_{\frac{2x+5}{3x+7}} 1.$$

16. В параллелограмме $ABCD$ с углом A , равным 60° , проведена биссектриса угла B , пересекающая сторону CD в точке M .

а) Докажите, что треугольник BCM равносторонний.

б) В треугольник BCM вписана окружность радиуса $\sqrt{7}$. Другая окружность вписана в трапецию $ABMD$. Найдите расстояние между центрами этих окружностей.

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 480 тысяч рублей на 27 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа первые два месяца и последний долг должен уменьшиться на a тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на b тысяч рублей.

Найдите a , если всего было выплачено банку 656,4 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{6ax - a(2-a)}{a^2 - 6ax - 8} > 0$$

выполняется для любых значений переменной x из отрезка $[-3; 3]$.

19. Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11 по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные 10 сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?