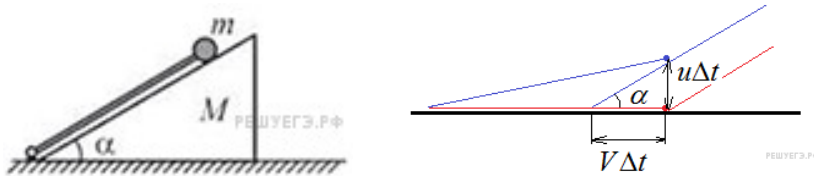


Задача №1. На горизонтальной плоскости стоит клин массой M с углом при основании $\alpha=30^\circ$. Вдоль наклонной плоскости клина расположена лёгкая штанга, нижний конец которой укреплен в шарнире, находящемся на горизонтальной плоскости, а к верхнему концу прикреплен маленький шарик массой m , касающийся клина (см. рисунок). Систему освобождают, и она начинает движение, во время которого шарик сохраняет контакт с клином. На какой максимальный угол β штанга отклонится от горизонтали после того, как клин отъедет от неё? Трением пренебречь, удар шарика о горизонтальную плоскость считать абсолютно упругим.



Решение.

Обозначим длину штанги через l .

Поскольку трения нет, механическая энергия системы сохраняется. В процессе движения до удара шарика о горизонтальную плоскость потенциальная энергия шарика переходит в кинетическую энергию клина и шарика. Обозначим скорость клина в момент, когда шарик ударяется о горизонтальную плоскость, через V , а скорость шарика перед ударом – через u . Тогда закон сохранения энергии можно записать в следующем виде:

$$mgl\sin\alpha = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$$

Непосредственно перед ударом шарика о горизонтальную плоскость его скорость u направлена перпендикулярно этой плоскости, поскольку он находится на конце штанги, другой конец которой укреплен в шарнире, находящемся на этой плоскости. За малый промежуток времени Δt перед ударом о плоскость шарик проходит по вертикали расстояние $u\Delta t$, а клин, не теряя по условию контакта с шариком, проходит по горизонтали расстояние $V\Delta t$, и эти расстояния связаны, очевидно, соотношением $u\Delta t = V\Delta t \operatorname{tg}\alpha$, откуда $u = V \operatorname{tg}\alpha$, или $V = u \operatorname{ctg}\alpha$.

После абсолютно упругого удара шарика о плоскость его скорость изменит направление на противоположное, а по модулю сохранит своё значение. После этого кинетическая энергия шарика по мере подъёма штанги будет уменьшаться, переходя в потенциальную энергию, так что при максимальном отклонении штанги от горизонтали на угол β будет выполняться соотношение, следующее из закона сохранения энергии:

$$mgl\sin\beta = \frac{mu^2}{2}$$

Из написанных уравнений имеем

$$mgl\sin\alpha = \frac{u^2}{2} (m + M \operatorname{ctg}^2\alpha)$$

$$u^2 = \frac{2mgl\sin\alpha}{m + M \operatorname{ctg}^2\alpha}$$

поэтому угол максимального отклонения штанги после удара шарика о плоскость определяет-

ся из следующего соотношения:

$$\sin\beta = \frac{m \sin \alpha}{m + M \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{\frac{1}{2}m}{m + 3M} = \frac{m}{2m + 6M}$$

Задача №2

Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны $V_1=15$ м/с и $V_2=5$ м/с. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом $\mu=0,17$. На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30%?

Решение

Пусть m — масса куса пластилина, M — масса бруска, u_0 — начальная скорость бруска с пластилином после взаимодействия. Согласно закону сохранения импульса имеем:

$$M v_2 - m v_1 = (m + M) u_0$$

Так как $M=4m$, $V_2 = 1/3 V_1$, то:

$$4m \frac{1}{3} v_1 - m v_1 = 5m u_0$$

$$u_0 = \frac{1}{15} v_1$$

По условию конечная скорость бруска с пластилином $u_1 = 0,7 u_0$. По закону изменения механической энергии имеем:

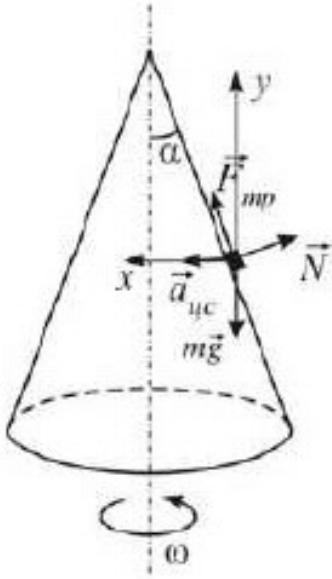
Ответ: $S=0,15$ м.

Задача №3

Полый конус с углом при вершине 2α вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, совпадающей с его осью симметрии. Вершина конуса обращена вверх. На внешней поверхности конуса находится небольшая шайба, коэффициент трения которой о поверхность конуса

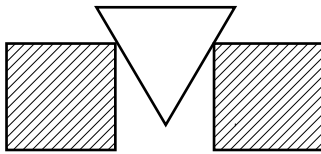
равен μ . При каком максимальном расстоянии L от вершины шайба будет неподвижна относительно конуса?

Решение.



Задача №4

На горизонтальной поверхности стоят два одинаковых кубика массой 2 кг. Между кубиками вводится тяжелый клин массой 1 кг с углом при вершине $\alpha=60^\circ$. Чему равны ускорения кубиков? Трением пренебречь.



Задача №5

На горизонтальном столе лежит цилиндр, на боковую поверхность которого одним концом опирается доска. Каков предельный угол α между доской и столом при равновесии цилиндра, если коэффициент трения между доской и цилиндром 0,3? Трение о стол велико. Ответ дать в градусах.

