

Типичные затруднения и ошибки участников ОГЭ по математике. Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика»

Зеркина Лариса Владимировна,
учитель математики МБОУ СОШ №44,
эксперт региональной предметной комиссии
по проверке развернутых ответов ОГЭ по
математике 2021

Каждое задание второй части КИМ ОГЭ по математике оценивается в 2 балла.

	Нумерация заданий						Общ. балл
2021 (6 заданий)	№20	№21	№22	№23	№24	№25	
Максим. балл	2	2	2	2	2	2	12

Тематическая принадлежность заданий осталась в основном неизменной. А именно, в 2021 году, задание №20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений, №21 – решение текстовой задачи, №22 – построение графика функции, №23 – геометрическая задача на вычисление, №24 – задача по геометрии на доказательство, №25 – геометрическая задача высокого уровня сложности.

Примеры оценивания ответов по каждому типу заданий с развернутым ответом с комментариями

Пример оценивания решения задания 20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: $x = 1,5$, $x = 0,8$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 &= 0 \\ 1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2 &= 0 \\ 1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1) &= 0 \\ 1 + 3x - 3 - 10x^2 + 20x - 10 &= 0 \\ -10x^2 + 23x - 12 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac, D = 529 - 480 = 49 = 7^2 \\ x_1 = \frac{-23 + 7}{-20} = 1,5 \quad x_2 = \frac{-23 - 7}{-20} = 0,8 \\ \text{Ответ: } 1,5; 0,8 \end{aligned}$$

Комментарий.

В решении записан верный ответ. Но в последних строках решения присутствуют:

- а) ошибка в вычислении корня квадратного уравнения;
- б) ошибка при сложении чисел с разными знаками;
- в) ошибка в формуле корней квадратного уравнения;
- г) ошибка при делении чисел с разными знаками.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 1.

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: $x=1,5$, $x=0,8$.

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0; \quad \frac{1}{(x-1)(x-1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)} - \frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} = 0;$$

$$1 + 3(x-1) - 10(x-1)(x-1) = 0, \text{ если } x \neq 1$$

$$1 + 3x - 3 - 10(x-1)^2 = 0;$$

$$-2 + 3x - 10x^2 + 20x - 10 = 0;$$

$$-10x^2 + 23x - 12 = 0 \quad | \cdot (-1);$$

$$10x^2 - 23x + 12 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 529 - 4 \cdot 10 \cdot 12 = 529 - 480 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{23 + 7}{2 \cdot 10} = \frac{30}{20} = 1,5; \quad x_2 = \frac{23 - 7}{20} = \frac{16}{20} = 0,8$$

Ответ: $0,8$; $1,5$

Комментарий.

При нахождении корней квадратного уравнения допущена ошибка. При наличии общей формулы для нахождения корней квадратного уравнения, записанной верно, не извлечен корень из дискриминанта при вычислении корней.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: $x = 1,5$, $x = 0,8$.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0 \quad | \cdot (x-1)^2 \\ & 1 + (x-3) - 10x^2 + 20x - 10 \\ & -10x^2 + 21x - 12 = 0 \quad | : (-1) \\ & 10x^2 - 21x + 12 = 0 \\ & D = b^2 - 4ac \\ & D = 441 - 4 \cdot (10) \cdot (12) \\ & D = 441 - 480 = -39 \\ & \text{Решения нет} \end{aligned}$$

Комментарий: Неверное решение.

Оценка эксперта: 0 баллов

Уточнение

- ▶ «ошибка вычислительного характера» или «вычислительная ошибка» – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления. В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка стала причиной того, что неверен ответ.
- ▶ К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Например, по заданию № 20 – при решении уравнения:

Обучающиеся автономного округа при решении уравнения нарушают равносильность, что приводит к появлению посторонних корней:

- так при переходе к полному квадратному уравнению не указывали ОДЗ для арифметического квадратного корня, в ответ записывали все найденные корни, не проверяли условие.

По заданию № 21 – при решении текстовой задачи:

Текстовые задачи традиционно считаются одними из самых сложных, так как от обучающихся в первую очередь требуется понимания имеющихся в задачах условий. Обучающимися автономного округа не выполняется логическая проверка полученного ответа, нет знаний зависимости между различными величинами, это привело к следующим ошибкам, и не успешным выполнение данного задания, таких как:

- не понимали условия задачи (невнимательно читают условие),
- неверно определяли искомую величину,
- допускали ошибки вычислительного характера,
- не выполняли логическую проверку полученного ответа,
- не описывали пояснения к действиям,
- не переводили единицы измерений,
- отвечали на другой вопрос задачи.

Пример оценивания решения задания 21

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

22.	Участ. работа/ч	$t_{\text{ч}}$	А части забора
И+П	$\frac{1}{14}$	14	1
П+В	$\frac{1}{15}$	15	1
В+И	$\frac{1}{30}$	30	1

$$v(I+P+P+B+B+I) = \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1}{14} + \frac{1}{10} = \frac{5+7}{70} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35} \text{ (ч.з./ч)}$$

$$t = \frac{A}{v} = \frac{1}{\frac{6}{35}} = \frac{35}{6} \text{ ч} = \frac{35 \cdot 60}{6} \text{ мин} = 350 \text{ мин}$$

Ответ: 350

Комментарий: Путь решения верный, но допущена вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 2.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

N 22

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases}
 H+P=14 \\
 P+B=15 \\
 B+I=30
 \end{cases} \\
 & \begin{cases}
 x+y=\frac{1}{14} \\
 y+z=\frac{1}{15} \\
 z+x=\frac{1}{30}
 \end{cases} \quad \begin{cases}
 x+y=\frac{1}{14} \\
 y=\frac{1}{15}-z \\
 x=\frac{1}{30}-z
 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{15}-z+\frac{1}{30}-z=\frac{1}{14} \\
 & -2z+\frac{2}{30}=\frac{1}{14} \\
 & -2z=\frac{1}{14}-\frac{2}{30} \\
 & -2z=\frac{30-42}{420} \\
 & 2z=\frac{12}{420} \\
 & z=\frac{12}{420}:2=\frac{12}{420}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{70} \\
 & y=\frac{1}{15}-\frac{1}{70}=\frac{70-15}{1050}=\frac{55}{1050} \\
 & x=\frac{1}{30}-\frac{1}{70}=\frac{70-30}{2100}=\frac{40}{2100}=\frac{4}{210}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{70}+\frac{55}{1050}+\frac{4}{210}=\frac{7}{210}+\frac{55}{1050}=\frac{1}{30}+\frac{55}{1050}=\frac{1050+1650}{31500}= \\
 & =\frac{2700}{31500}=\frac{27}{315}(\text{ч}) \\
 & \frac{27}{315}\cdot\frac{60}{1}=\frac{1620}{315}=5\frac{45}{315}=5\frac{1}{7}(\text{минут}) \\
 & \text{Ответ: } 5\frac{1}{7}(\text{минут})
 \end{aligned}$$

Комментарий: Логическая ошибка – выпускник перепутал производительность и время.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

№ 22. ~~Пусто~~.
Найти: $\frac{1}{x+y+z}$.

	Можно Произв	Время	Работа
Игорь	x	$\frac{1}{x}$	1
Паша	y	$\frac{1}{y}$	1
Володя	z	$\frac{1}{z}$	1

$$1) \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{14} \\ \frac{1}{y+z} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{x+z} = \frac{1}{30} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ x+z = \frac{1}{30} \end{cases}$$

$$3) y = \frac{1}{15} - \frac{1}{70} = \frac{70-15}{1050} = \frac{55}{1050} = \frac{11}{210}$$

$$4) x = \frac{1}{30} - \frac{1}{70} = \frac{7-3}{210} = \frac{4}{210} = \frac{2}{105}$$

$$5) \frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{2}{105} + \frac{11}{210} + \frac{1}{70}} = \frac{1}{\frac{4+11+3}{210}} = \frac{1}{\frac{18}{210}} = \frac{210}{18} = \frac{70}{6}$$

В 1 часе 60 минут, тогда $\Rightarrow \frac{70}{6} \cdot 60 = 700$ мин.
Сибирь: 700 мин.

Комментарий.

Ход решения верный, ответ верный.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

(22)

И	П	В	А
$x+y$	$\frac{1}{x+y}$	1	
$y+z$	$\frac{1}{y+z}$	1	
$z+x$	$\frac{1}{z+x}$	1	

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{14} \\ \frac{1}{y+z} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{z+x} = \frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ z+x = \frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{14} - x \\ \frac{1}{14} - x + (\frac{1}{30} - x) = \frac{1}{15} \\ 2 = \frac{1}{30} - x \end{cases} (*)$$

$$y = \frac{1}{14} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$z = \frac{1}{15} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{1}{14} + \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{18} = \frac{35}{2} = 17.5 \text{ ч}$$

$$= 1050 \text{ мин}$$

Ответ ~~1050~~ 1050 мин

$$* \frac{1}{14} - x + \frac{1}{30} - x = \frac{1}{15}$$

$$-2x = \frac{1}{15} - \frac{1}{30} - \frac{1}{14}$$

$$-2x = \frac{1}{3 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5} - \frac{1}{7 \cdot 2}$$

$$-2x = \frac{14 - 7 - 15}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$-2x = \frac{-8}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$x = \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

Комментарий: Вычислительная ошибка на последнем шаге.

Оценка эксперта: 1 балл.

По заданию № 22 – при построении графика функции, обучающиеся автономного округа, допускали следующие ошибки:

- не находили допустимые значения для переменной x ,
- допускали ошибки вычислительного характера,
- не приводили таблицу (отсутствовала) значений для построения графика,
- неверно строили график (отсутствовало соблюдение масштаба, отсутствие «выколотой» точки),
- допускали небрежность в построении графика,
- находили не все значения параметра.

Основным условием положительной оценки за решение задания является **верное** построение графика.

Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами.**

Пример оценивания решения задания 22

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая

$y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.

22) $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$

1) $9x^2+x \neq 0$
 $x(9x+1) \neq 0$
 $x \neq 0$ $9x \neq -1$
 $x \neq -\frac{1}{9}$

2) $y = \frac{9x+1}{x(9x+1)}$
 $y = \frac{1}{x}$

x	1	2	-1	-2	11	-11
y	1	0.5	-1	-0.5	0.25	-0.25

3) $kx = \frac{1}{x}$
 $kx^2 = 1$ Если $y=1$, то $x^2 = (-\frac{1}{9})^2$, то:
 $k \times (\frac{1}{9})^2 = 1$
 $k = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81$
 $81 = 81$
 $k = 81$ Ответ: при $k = 81$

Комментарий: График построен неверно – отсутствует выколотая точка. В соответствии с критериями – 0 баллов.

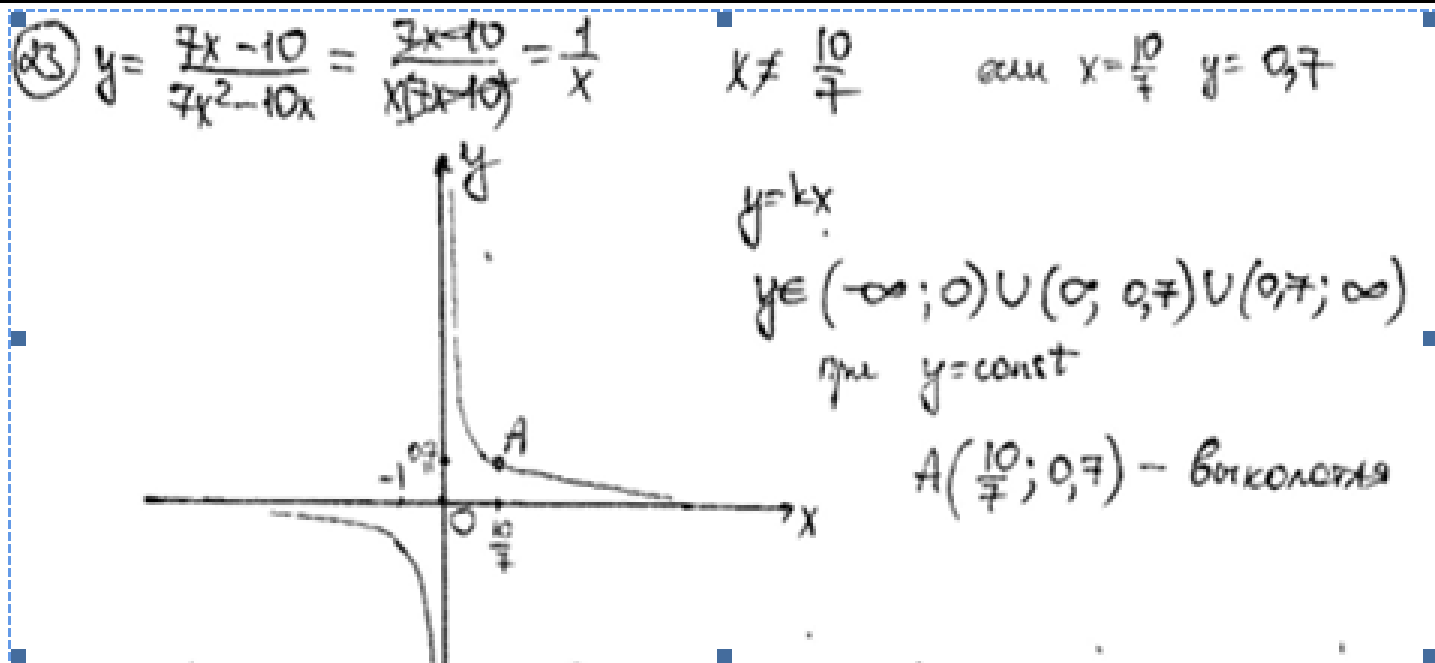
Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Постройте график функции $y = \frac{7x-10}{7x^2-10x}$ и определите, при каких значениях k

прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 0,49.



Комментарий: Форма графика соблюдена, выколота точка обозначена верно.

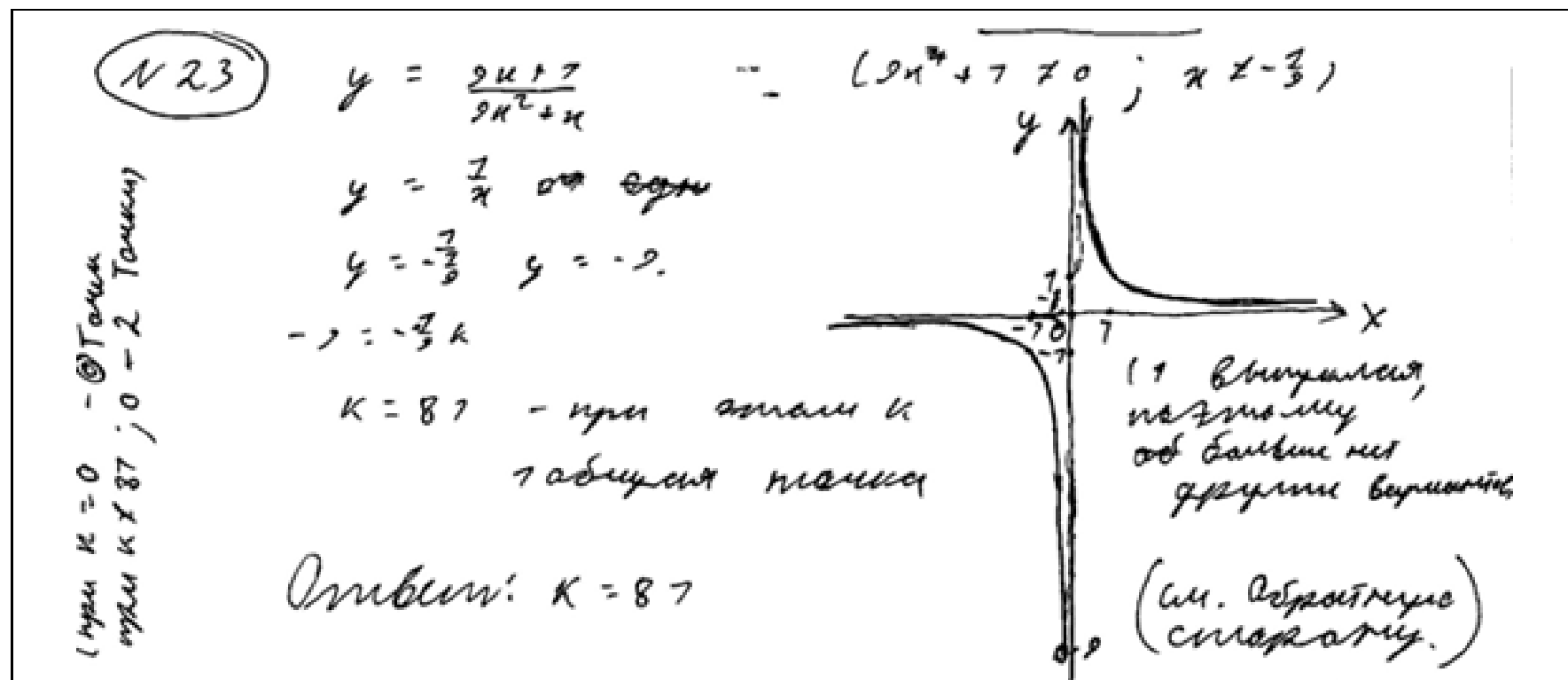
Вторая часть задания не выполнена.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 3.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.



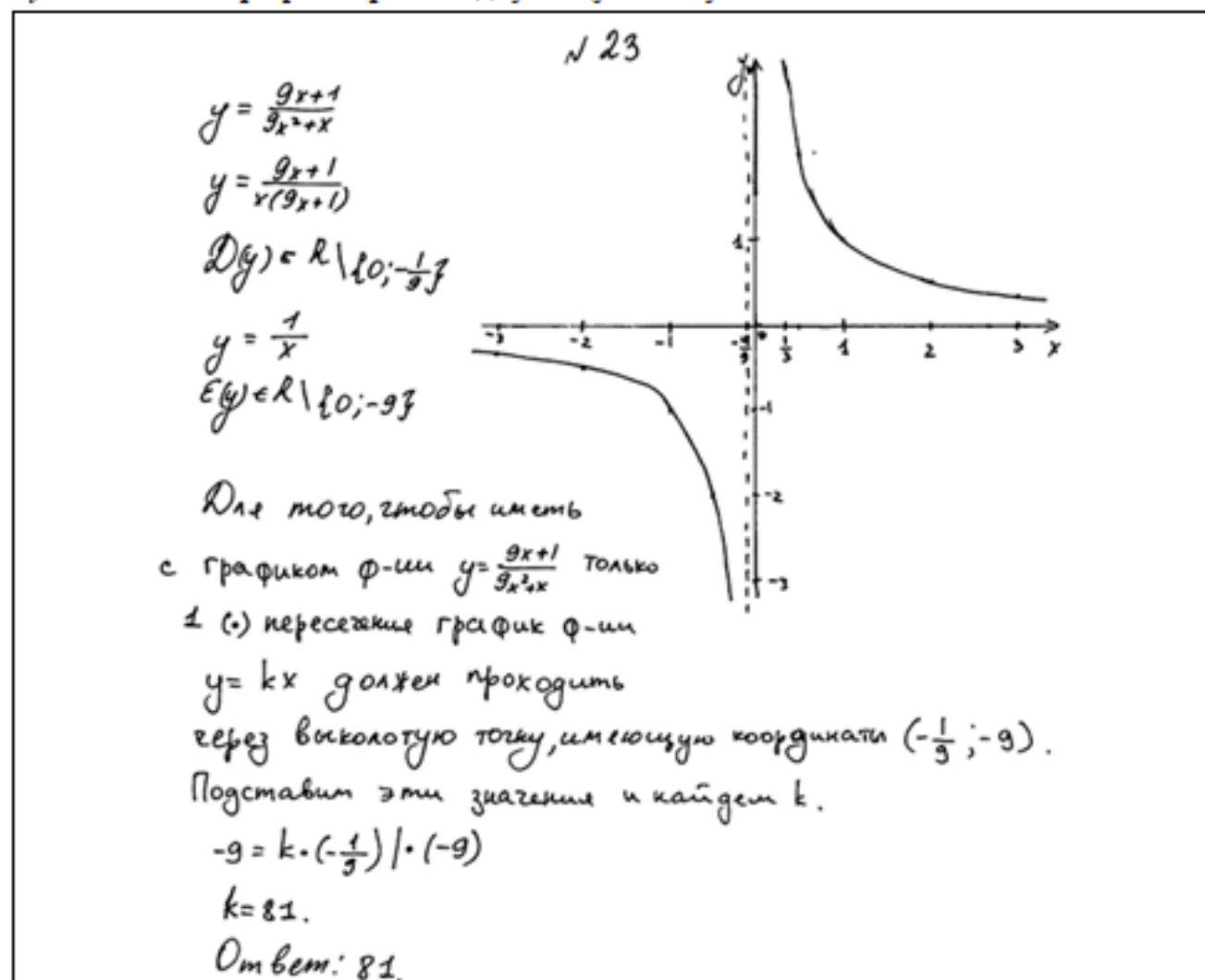
Комментарий: Форма графика соблюдена, выколота точка обозначена верно.

Вторая часть задания выполнена верно.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.



Комментарий: Несмотря на описание, по данному рисунку нельзя судить о верности графика.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 5.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.

$$23. \quad y = \frac{9x+1}{9x^2+x} = \frac{9x+1}{x(9x+1)} = \frac{1}{x}.$$

Графиком данной функции является гипербола.

ОДЗ:

Построим график функции

$$9x^2+x \neq 0.$$

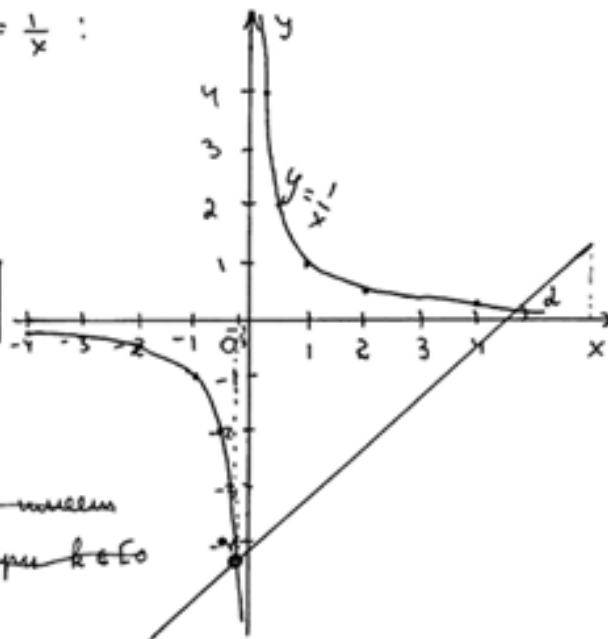
$$y = \frac{1}{x} :$$

$$x(9x+1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad 9x \neq -1$$

$$x \neq -\frac{1}{9}.$$

x	1	2	4	-1	-2	-4
y	1	0,5	0,25	-1	-0,5	-0,25



~~В ответе не 81~~

~~прямая $y = kx$ имеет
одну общую точку при $k \in \mathbb{R}$~~

Комментарий.

График построен верно. Наличие некоторой прямой на графике, не может быть поводом для снижения баллов за построение графика.

Оценка эксперта: 1 балл.

По заданию № 23 – при решении задачи по геометрии, обучающимися автономного округа были допущены следующие ошибки:

- сводили задачу к арифметике (решали по действиям, разбивая трапецию на части, не поясняя переходы),
- неверно записывали отношения пропорциональных сторон в подобных треугольниках,
- рассматривали частный случай,
- при неверных рассуждениях получали верный ответ,
- допускали необоснованность при доказательстве,
- пропускали шаги в доказательстве,
- не оформляли чертеж к задаче, допускали небрежность в чертежах.

Пример оценивания решения задания 23

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

24.

Найти: OH ?

Решение:

- 1) Так $ABCD$ - ромб $\Rightarrow AB = CD = BC = DA = 26$ см
- 2) По свойству катетов AD , лежащий против $\angle 30^\circ (\angle AOB)$ равен $\frac{1}{2} AB$ (катетов) $\Rightarrow AD = 13$ см. Т.к. $AD = DC$ - ромб, то $AD = DC = 13$ см
- 3) По свойству диагоналей AC меньше BD в 2 раза $\Rightarrow BD = 2 \cdot 13 = 26$ см
- 4) Равн. с OH - прямоугольной; По ∇ Пифагора:
 $26^2 = 24^2 + OH^2$
 $676 = 576 + OH^2$
 $OH^2 = 676 - 576$
 $OH^2 = 100$
 $OH = 10$

Ответ: $OH = 10$ см

Комментарий.

Учащийся использует данные, которых нет в условии (считая острый угол ромба 60°).

Оценка эксперта: 0 баллов.

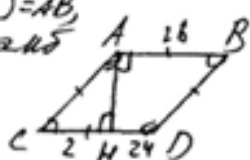
Пример 2.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

№ 24.
Дано:
ABCD - ромб
AH - высота
DH = 24
CH = 2
Найти: AH = ?

Решение:
 $CD = CA = BD = AB$
т.к. ABCD - ромб
 $\downarrow$
 $CH + HD = 26$
 $CD = AB = AC = BD = 26$, т.к.
по теор. Пифагора
 $AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 = 672$
 $AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$
Ответ: $4\sqrt{42}$.



Комментарий.

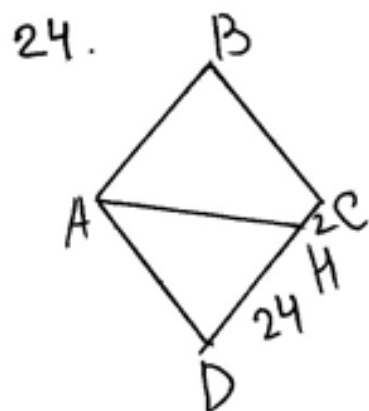
Учащийся решает свою задачу: не учтен порядок расположения отрезков.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.



Т.к. у ромба все стороны равны, то
 $AB = BC = CD = DA = 26$. Тогда $AH^2 = AD^2 - DH^2 =$
 $= 676 - 576 = 100 = 10^2$.

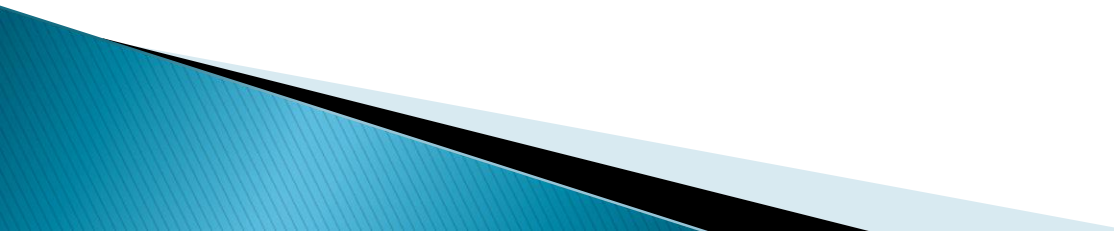
Ответ: $AH = 10$.

Комментарий:

Задача выполнена верно, не смотря на изображение перпендикуляра AH .

Оценка эксперта: 2 балла.

По заданию № 24 – при решении задачи по геометрии. Ошибки в решении геометрических задач обусловлены в большинстве своем нарушениям логики в рассуждениях, принятием ошибочных гипотез, недостатками в работе с чертежом, обучающиеся автономного округа:

- не учитывали условия задачи (неверное расположение данных на чертеже),
 - нарушали логическую правильность рассуждений,
 - делали ошибочные заключения и выводы,
 - не оформляли чертежи к задаче, допускали небрежность в чертежах.
- 

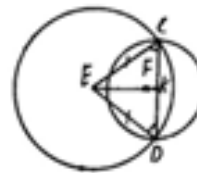
Пример оценивания решения задания 24

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .

№25

Дано:
 $\text{окр.}(E); \text{окр.}(F)$
 $\text{окр.}(E) \cap \text{окр.}(F) = C \cup D$

Док-м: $CD \perp EF$



~~Решение~~ Доказательство

Проведём EC и ED — радиусы, тогда $EC = ED$.
 $\triangle ECD$ — равнобедренный, т.к. $EC = ED$ (как радиусы) $\Rightarrow \angle EDC = \angle ECD$,
 $CK = KD \Rightarrow \triangle EKC = \triangle EKD$ (по 2 сторонам и углу между ними).
Тогда $\angle CEK = \angle DEK \Rightarrow EK$ — биссектриса $\angle CED$. В равнобедренном треугольнике биссектриса, выходящая из вершины, является медианой и высотой $\Rightarrow EF \perp CD$ з.м.г.

Комментарий: Не доказано, что точка F лежит на высоте EK .

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .



Дано: окружности с центрами в точке E , окружность с центром в точке F , точки C, D — точки пересечения окружностей.
Доказать: $EF \perp CD$

~~1) Рассмотрим треугольник CFD .~~

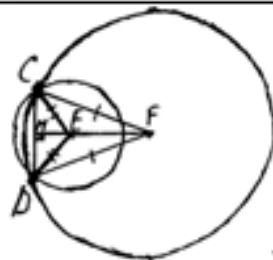
- 2) Пусть пересечение EF и CD — K , а пересечение с окружностями
- 3) Так как центры окружностей находятся на одной прямой, CD их общая хорда, а $EF \perp CD$ — радиус одной из окружностей, то FK делит CD пополам.
- 4) Рассмотрим треугольник CFD , FK — медиана CD .
- 5) $FD = FC$, т.к. они являются радиусами окружностей
- 6) следовательно $\triangle CFD$ — равнобедренный, следовательно FK также является высотой, следовательно $EF \perp CD$

Комментарий: Не доказано, почему FK делит CD пополам.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .



Дано: C и D - точки пересечения
окружностей;
 E и F по одну сторону от CD .
Жок-ти: $CD \perp EF$

Док - во:

- 1) Проведём радиусы CE ; ED ; CF и FD .
- 2) Рассмотрим тр-к CDE . Радиусы равны $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ тр-к равнобедренный.
- 3) Проведём медиану EM . В равнобедренном
тр-нике медиана, проведённая к основанию
явл. высотой $\Rightarrow EM$ - высота.
- 4) Рассмотрим тр-к CFD . Радиусы равны $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ тр-к равнобедренный $\Rightarrow$ медиана,
проведённая к основанию явл. высотой. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow FM$ - медиана и высота.
- 5) Высоты EM и FM лежат на одной прямой
с отрезком FE ; основание CD лежит на прямой CD .
- 6) Так как ^{высоты} тр-ники $\perp$ к основанию CD и лежат
на одной прямой с EF , то $EF \perp CD$.
Ч.Т.Д.

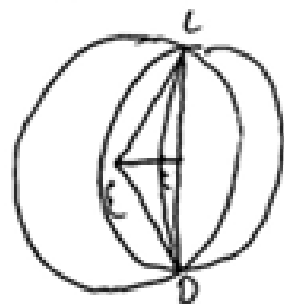
Комментарий: Неточность в обосновании (см. пункт 5)

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 4.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .

25.



Дано: окр. с ц. E , окр. с ц. F

окр. пересекаются в C и D ;

Док-м: $CD \perp EF$

Док-во.

1). Проведем радиусы EC, ED, FC, FD

$EC = ED$ (радиусы) $\Rightarrow E$ равноудалено от C и D

$FC = FD$ (радиусы) $\Rightarrow F$ равноудалена от C и D

$\Rightarrow EF$ — ссн. перпендикулярна к $CD \Rightarrow EF \perp CD$

Комментарий: Классическое доказательство данного факта.

Оценка эксперта: 2 балла.

По заданию № 25 – при решении геометрической задачи высокого уровня сложности.

Данное задание, является сложным и требует свободного владения материалом. Эта задание в первую очередь для обучающихся, изучавших математику более основательно, например, углублённый курс, элективные курсы, математические кружки. С данным заданием могли справиться обучающиеся, обладающие хорошей геометрической подготовкой имеющие большой опыт решения подобных задач. Трудности при решении возникали из –за отсутствия навыка в решении задач, подобного уровня, так как обучающиеся

- затруднялись описывать реальные ситуации на языке геометрии,
- делали неполные и неточные выводы,
- давали неполные или неточные ответы,
- допускали ошибки вычислительного характера.

Пример оценивания решения задания 25.

Биссектриса угла A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $5:4$, считая от вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности. Ответ: 5.

V26.



($\angle BAC = 2\alpha$) опустим из K на AB высоту
 Она равна KH т.к. AK биссектр.
 $\angle AKB = 90 + \alpha$ так как K
 $\triangle AKH \Rightarrow \angle ABK = 9 - 2\alpha \Rightarrow$
 $\angle BKH = 2\alpha$ по Т. внешнего
 $H_2B = 3x (\sqrt{4x^2 + 5x^2} = \sqrt{9x^2} = 3x) \Rightarrow$
 $\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$
 по Т. синусов $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \frac{BC}{\sin 2\alpha} = 2R \Rightarrow$
 $R = \frac{6}{\frac{6}{5}} = 5$
 Ответ: $R = 5$

Комментарий: При правильном ответе решение содержит более одной ошибки и описки.

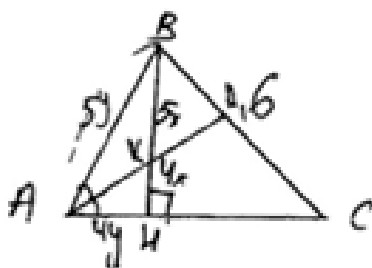
Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Биссектриса угла A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $5:4$, считая от вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

Зад. 26.



Дано: $\triangle ABC$, $\sin \angle A$ делит BH ($5:4$), $BC=6$
Найти: R .

$$\begin{aligned} \text{Зад. 26. } AA_1 - \sin \angle C &\geq > \frac{AB}{BK} = \frac{AK}{KH} = \frac{5}{4} \quad AB=5y, \quad AK=4y \Rightarrow BH=3y \text{ и } BH=3x \\ 9x=3y \quad 3x=y & \quad 2R = \frac{a}{\sin \angle A} = \frac{BC}{\sin \angle A} = \frac{6}{\sin \angle A} \quad \sin \angle A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0.6 \end{aligned}$$

Комментарий.

Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

Оценка эксперта: 1 балл.

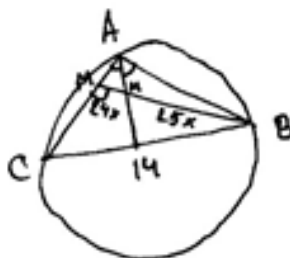
Пример 3.

Биссектриса A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $25:24$, считая от вершины. BC равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

26.

Дано:
АМ - биссектриса
 $\frac{AM}{BH} = \frac{24}{25}$
 $BC = 14$
Найти:
 R



Решение:

ΔAMH - биссектриса (по условию)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$$

Пусть $AM = 24y$, тогда
 $AB = 25y$

$MB = 7y$ (по теореме Пифагора)

$$\sin A = \frac{7}{25}$$

$$2R = \frac{CB}{\sin A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$$

$$R = 25$$

Ответ: 25.

Комментарий: Решение верное.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Биссектриса AD треугольника ABC делит высоту BH в отношении $25:24$, считая от вершины. BC равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

Дано:
 $\triangle ABC$
 BH - высота
 AD - биссектриса
 $BC = 14$
 $BO : OH = 25x : 24x$
 $R = ?$



Решение:

1) $\frac{AB}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{25}{24}$ - свойство биссектрисы в $\triangle ABH$

2) $\triangle ABH$ - прямоугольный $\Rightarrow$
 $25y^2 = AB^2 = AH^2 + BH^2$ (Пифагор) $\Rightarrow$
 $25y^2 = 24y^2 + (49x)^2 \Rightarrow y^2 = (49x)^2 \Rightarrow y = 49x$
 $\Rightarrow x = 7x$

3) $\sin \angle BAH = \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{49x}{25y} =$
 $= \frac{49x \cdot 7}{7x \cdot 25} = \frac{7}{25}$

4) $2R = \frac{BC}{\sin A}$ (следствие из теоремы синусов) $\Rightarrow$
 $2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50 \Rightarrow R = 25$ Ответ: $R = 25$

Комментарий: Вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.

Рекомендации:

Учителю предметнику необходимо проводить диагностику учебной деятельности, которая прежде всего направлена на выявление качества гарантированных знаний, их глубины, обобщенности, систематичности, мобильности. Для того чтобы эффективно управлять действиями обучающихся, необходимо знать их типичные и индивидуальные затруднения при выполнении заданий, потребность в руководстве учителя.

Учителю необходимо уделять внимание на уроках, при подготовке к занятию следует активизировать работу по формированию у обучающихся универсальных учебных действий путем формирования следующего опыта:

- ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации и доказательства;

- поиска, систематизации, анализа информации, использования разнообразных информационных источников, включая как учебную так и справочную литературу, в том числе современные информационные технологии.

Особое внимание уделять правильности постановки задания. Делать акцент на уроках в первую очередь на внимание и правильности прочитанного текста, условия задачи. Как правило неправильно прочитанный вопрос естественно приводит к неправильному ответу.

Особое внимание при подготовке обучающихся к ОГЭ по математике следует обратить на выполнение базовых заданий. Следует в первую очередь предлагать для выполнения те задания, которые согласно анализу результатов ОГЭ выпускников прошлых лет дают наибольший процент успешности. Постепенно добавлять задания обучающимся, успешно выполняющим необходимый минимум заданий для получения удовлетворительного результата.

Для обучающихся, которые способны выполнять задания повышенного и высокого уровня, следует рекомендовать начинать с заданий 20 и 23, уровень сложности которых ниже, чем у других заданий с развернутым ответом, а также доля учащихся, верно выполняющих эти задания высокая. Это создаст ситуацию успеха и поможет мотивировать обучающихся на решение более сложных заданий.

Работу рекомендуется проводить как в 9 классе в рамках подготовки к ОГЭ, так и на уровне с 5 по 8 класс, отрабатывать понятия компонентов сложения, вычитания, умножения и деления натуральных чисел в начальной школе, постоянно тренировать обучающихся по таблице умножения.

Основная подготовка к ОГЭ осуществляется на уроках математики. При этом нет нужды как-то кардинально менять систему преподавания. Важно добиваться от обучающихся не формального усвоения программного материала, а его глубокого осознанного понимания.



Источники информации

- ▶ АУДПО ХМАО — Югры «Институт развития образования». Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика». Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки в классе. *(Рекомендации составлены на основе выявленных типичных затруднений и ошибок участников ОГЭ по «Математике» за 2020–2021 уч.год)*
- ▶ ФИПИ Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2021 года.
- ▶ КИМ для проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего и среднего общего образования по математике И.В. Ященко, в.н.с. ФГБНУ «ФИПИ». Авторы-составители: А.В. Семенов, М.А. Черняева.

Благодарим за внимание!