

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Двоичная СС

Основная формула

В позиционной системе счисления с основанием q
любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots)$$

Здесь:

A — число;

q — основание системы счисления;

a_i — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

n — количество целых разрядов числа;

m — количество дробных разрядов числа;

q^i — «вес» i -го разряда.

Такая запись числа называется **развёрнутой формой записи.**

Развёрнутая форма

$$A_q = \pm(a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + \dots + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + \dots + a_{-m} \times q^{-m})$$

Примеры записи чисел в развёрнутой форме (**десятичная СС**):

$$2012 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$0,125 = 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$14351,1 = 1 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1}$$

Двоичная система счисления

Двоичной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием **2**.

Двоичный алфавит: 0 и 1.


Правило перевода двоичных чисел в десятичную систему счисления:

Вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа

пример ($N_2 \rightarrow N_{10}$)

2 → 10

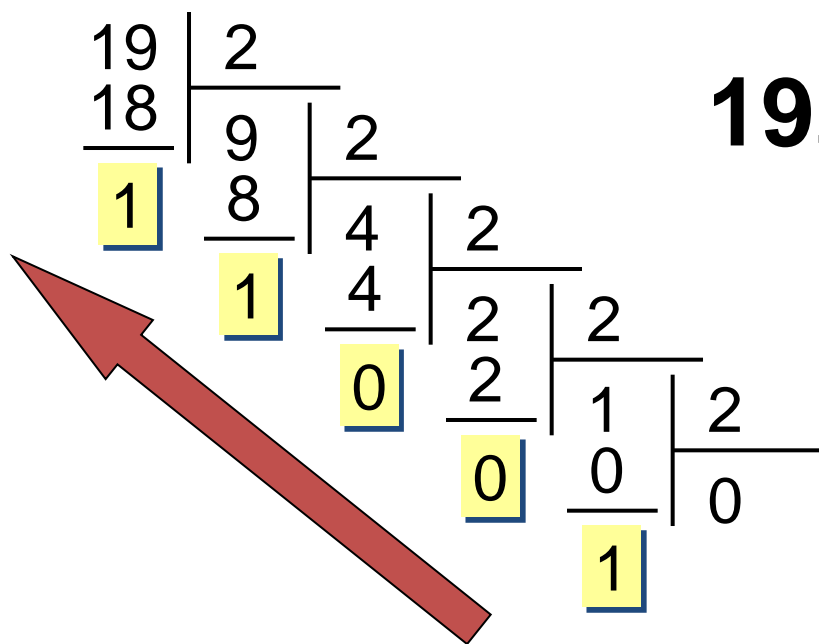
4 3 2 1 0 разряды

$$10010_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + \cancel{0 \cdot 2^0}$$
$$= 16 + 2 = 18_{10}$$


Перевод целых чисел из десятичной СС в двоичную ($N_{10} \rightarrow N_2$)

Способ – деление на основание системы счисления

10 → 2



$$19_{10} = 10011_2$$

система счисления

2 → 10

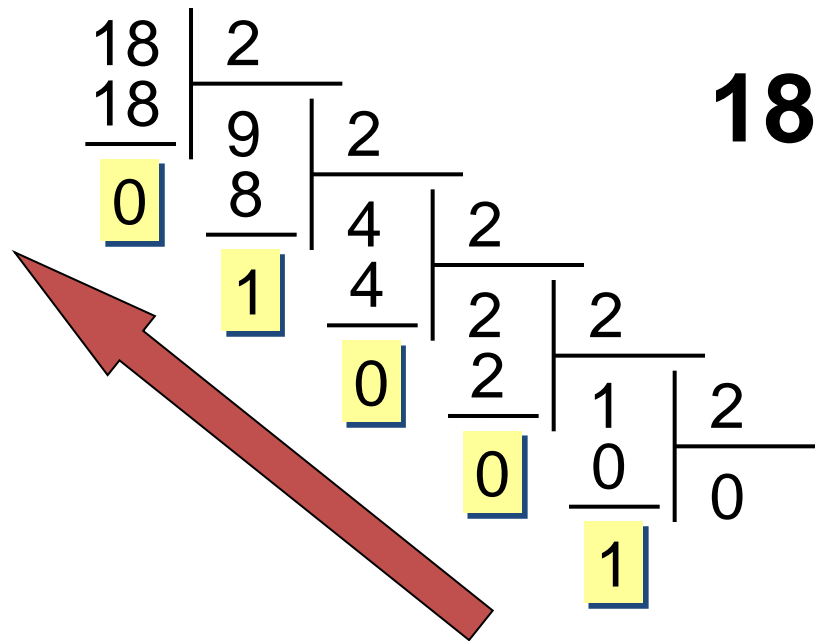
4 3 2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 10011_2 &= 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 16 + 2 + 1 = 19_{10} \end{aligned}$$

Еще пример ($N_{10} \rightarrow N_2$)

Способ – деление на основание системы счисления

$10 \rightarrow 2$



$$18_{10} = 10010_2$$

система
счисления

$2 \rightarrow 10$

4 3 2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 10010_2 &= 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + \cancel{0 \cdot 2^0} \\ &= 16 + 2 = 18_{10} \end{aligned}$$

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную ($N_2 \rightarrow N_{10}$)

Способ — развернутая форма записи числа

Пример:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \text{ разряды} \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1011_2 = \\ = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = \\ = 8 + 2 + 1 = 11_{10} \end{array}$$

Пример:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \text{ разряды} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 0101_2 = 5_{10} \end{array}$$

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную ($N_2 \rightarrow N_{10}$)

Способ — развернутая форма записи числа

$$31_{10} = ??????????_2$$

$$= 11111_2$$

$$314_{10} = ??????????_2$$

$$= 100111010_2$$

Компактное оформление

(пример: перевести число из **10** СС в **2** СС)

363	181	90	45	22	11	5	2	1
1	1	0	1	0	1	1	0	1



$$363_{10} = 101101011_2$$

314	157	78	39	19	9	4	2	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1



$$314_{10} = 100111010_2$$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Восьмеричная СС

Восьмеричная система счисления

Восьмеричной системой счисления называется позиционная система счисления с основанием 8.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.



Восьмеричная система счисления

Для перевода целого **восьмеричного** числа в **десятичную** систему счисления следует перейти к его **развёрнутой** записи и **вычислить** значение получившегося выражения.

Для перевода целого **десятичного** числа в **восьмеричную** систему счисления **следует** последовательно **выполнять** деление данного числа и получаемых целых частных **на 8** до тех пор, пока не получим частное, равное нулю.

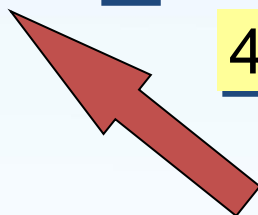


пример ($N_{10} \rightarrow N_8$)

Способ – деление на основание системы счисления

10 \rightarrow 8

$$\begin{array}{r|l} 103 & 8 \\ \hline 96 & 12 \\ \hline 7 & 8 \\ & 4 \\ & 1 \end{array}$$

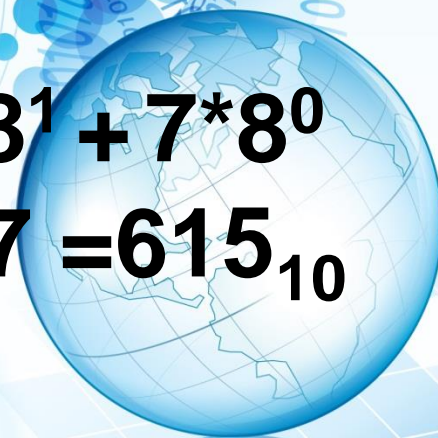


$$103_{10} = 147_8$$

СИСТЕМА
СЧИСЛЕНИЯ

8 \rightarrow 10

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \ 1 \ 0 \text{ разряды} \\ 1147_8 = 1 \cdot 8^3 + 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 \\ = 512 + 64 + 32 + 7 = 615_{10} \end{array}$$



Еще пример ($N_{10} \rightarrow N_2$)

Способ – деление на основание системы счисления

$10 \rightarrow 8$

$$\begin{array}{r|l} 615 & 8 \\ \hline 608 & 76 \\ \hline & 72 \\ \hline & 9 & 8 \\ & 8 & \\ \hline & & 1 \\ & & \\ \hline & & 1 \end{array}$$

$$615_{10} = 1147_8$$

$8 \rightarrow 10$

2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 352_8 &= 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 \\ &= 192 + 40 + 2 = 234_{10} \end{aligned}$$

Еще пример ($N_{10} \rightarrow N_2$)

Способ – деление на основание системы счисления

$10 \rightarrow 8$

$$\begin{array}{r|l} 458 & 8 \\ \hline 456 & 57 \\ \hline 2 & 56 \\ & \hline & 7 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

$$458_{10} = 712_8$$

$8 \rightarrow 10$

3 2 1 0 **разряды**

$$\begin{aligned} 1350_8 &= 1 * 8^3 + 3 * 8^2 + 5 * 8^1 + 0 * 8^0 \\ &= 512 + 192 + 40 = 744_{10} \end{aligned}$$

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Шестнадцатеричная СС

Основание: $q = 16$.

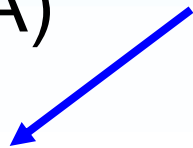
Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$$3AF_{16} = 3 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$$

Переведём десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления:

154	16	
-144	9	16
10	9	0

(A)



$$154_{10} = 9A_{16}$$



Таблица соответствия 10-х, 2-х, 8-х и 16-х чисел от 1 до 16

Десятичная система	Двоичная система	Восьмеричная система	Шестнадцатеричная система
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

Электронные образовательные ресурсы

1. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/402b749c-240b-4e16-9e4d-bea3fc4fa8fa/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/402b749c-240b-4e16-9e4d-bea3fc4fa8fa/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – История развития систем счисления
2. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/1a264912-eca9-4b45-8d77-c3655b199113/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/1a264912-eca9-4b45-8d77-c3655b199113/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – Перевод недесятичных чисел в десятичную систему счисления
3. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/78ba290c-0f7c-4067-aaf4-d72f40f49f3b/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/78ba290c-0f7c-4067-aaf4-d72f40f49f3b/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) - Перевод десятичных чисел в другие системы счисления
4. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/a96df437-5ae3-4cab-8c5f-8d4cd78c5775/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/a96df437-5ae3-4cab-8c5f-8d4cd78c5775/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) - Развернутая форма записи числа
5. [http://school-collection.edu.ru/catalog/res/19d0fb95-871d-4063-961d-e7dc5725e555/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid\[\]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66](http://school-collection.edu.ru/catalog/res/19d0fb95-871d-4063-961d-e7dc5725e555/?from=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66&interface=catalog&class=51&subject=19&rub_guid[]=a30a9550-6a62-11da-8cd6-0800200c9a66) – Тренировочный тест

