

# **Тема «Решение текстовых задач»**

**1. Роль текстовых задач в школьном курсе математики**

**2. Текстовые задачи в материалах ГИА**

**3. Задачи базового уровня**

**4. Задачи повышенного уровня сложности**

**5. Банк задач**

## **Арифметический метод**

**Первым этапом решения задач арифметическим методом является разбор условия задачи и составление плана ее решения. Этот этап решения задачи сопровождается максимальной мыслительной деятельностью.**

**Вторым этапом является решение задач по составленному плану. Этот этап решения проводится учащимися без особых затруднений и в большинстве случаев носит тренировочный характер.**

**Третьим этапом решения задачи является проверка решения. Она проводится по условию задачи.**

**Пренебрежение проверкой при решении задачи, замена ее проверкой ответов снижает роль решения задачи в процессе развития логического мышления учащихся.**

## **Алгебраический метод**

Под алгебраическим методом решения задач понимается такой метод решения, когда неизвестные величины находятся в результате решения уравнения или системы уравнений, решения неравенства или системы неравенства, с оставленных по условию задачи. Иногда алгебраическое решение задачи бывает очень сложным.

При решении алгебраическим методом основная мыслительная деятельность сосредотачивается на первом этапе решения задачи: при разборе условия задачи и составлении уравнений или неравенств по условию задачи.

Вторым этапом является решение составленного уравнения или системы уравнений, неравенства или системы неравенства.

Третьим важным этапом решения задач является проверка решения задачи, которая проводится по условию задачи.

В связи с внедрением в школьную программу элементов высшей математики, с ускоренным развитием и внедрением во все сферы вычислительной математики большое значение имеет формирование у учащихся не отдельных специфических навыков, а тех умений и навыков, которые имеют дальнейшее развитие. К числу этих умений и навыков относятся умения и навыки, которые формируются в процессе решения задач алгебраическим методом.

## Комбинированный метод

---

Этот метод получается в результате включения в алгебраический метод решения задач, в котором часть неизвестных величин определяется с помощью решения уравнения или системы уравнений, неравенств или решения неравенств, а другая часть – арифметическим методом.

В этом случае решение текстовых задач значительно упрощается.

## **При решении текстовых задач учащимся могут помочь несколько простых и общих советов:**

- 1. Прочитайте и тщательно изучите условие задачи.**
- 2. Попробуйте полученную информацию представить в другом виде – это может быть рисунок, таблица или просто краткая запись условия задачи.**
- 3. Выбор неизвестных.**
- 4. Составление и решение «математической модели».** (При составлении «математической модели» (уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств) еще раз внимательно прочитайте условие задачи. Проследите за тем, что соответствует каждой фразе текста задачи в полученной математической записи и чему в тексте задачи соответствует каждый «знак» полученной записи (сами неизвестные, действия над ними, полученные уравнения, неравенства или их системы).)
- 5. Решить полученное уравнение, систему, неравенство.** (Если решение задачи не получается, то нужно еще раз прочитать и проанализировать задачу.)

**При решении задач краткую запись задачи можно сделать с помощью рисунка или таблицы. Таблица является универсальным средством и позволяет решать большое количество идейно близких задач.**

## **Текстовые задачи в материалах ГИА**

### **1. простейшие арифметические задачи, задачи на проценты**

**(В офисе 853 светильника по 4 люминесцентные лампы в каждом. В квартале в среднем выходит из строя каждая двухсотая лампа. Сколько упаковок ламп по 5 штук необходимо для полноценной работы офиса в течении полутора лет ). (21)**

## текстовые задачи, заданные табличным способом

От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
<b>1. Автобусом</b>	От дома до автобусной станции — 15 мин	Автобус в пути: 2 ч 15 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 5 мин.
<b>2. Электричка</b>	От дома до станции железной дороги — 25 мин.	Электричка в пути: 1 ч 45 мин.	От станции до дачи пешком 20 мин.
<b>3. Маршрутное такси</b>	От дома до остановки маршрутного такси — 25 мин.	Маршрутное такси в дороге 1 ч 35 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 40 минут

### 3.– текстовые задачи с физическим смыслом

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 267$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = f_0 / (1 - v/c)$ , где  $c$  – скорость звука. Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются более чем на 3 Гц.

Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различать сигналы, а  $c = 315$  м/с (Ответ дайте в м/с) **(3,5)**



## текстовые задачи на составление уравнения

### Задача на движение

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 91 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 6 км/ч большей прежней. По дороге он сделал остановку на 6 часов.

В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на пути из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

	скорость	время	расстояние
А в В	$x-6$	$91/x-6$	91
В в А	$x$	$91/x + 6\text{ч. (остановка)}$	91
условие		Одинаковое время	
уравнение		$91/(x-6) = 91/x + 6$	

## Задача на работу (по плану и по факту)

Писатель хочет набрать на компьютере рукопись объемом 480 страниц. Если он будет набирать на 8 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на два дня раньше.

Сколько страниц в день планирует набирать писатель?

	производительность	время	работа
План	$x$	$480/x$	480
Факт	$x+8$	$480/(x+8)$	480
условие		На 2 дня	
уравнение		$480/x - 480/(x+8) = 2$	

## Задача на совместную работу

На двух копировальных машинах, работающих одновременно, можно сделать копию пакета документов за 10 минут. За какое время можно выполнить эту работу на каждой машине в отдельности, если известно, что на первой машине ее можно сделать на 15 минут быстрее, чем на второй?

	производительность	время	работа
I	$1/x-15$	$x-15$	1
II	$1/x$	$x$	1
I + II	$1/x-15 + 1/x$	10	1
уравнение		$1/(x-15) + 1/x = 1/10$	

## Задачи на движение по реке

Моторная лодка прошла против течения реки 16 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 1 час меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость ( в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч

	скорост ь	время	расстояние
По течению	$x+4$	$16/(x+4)$	16
Против течения	$x-4$	$16/(x-4)$	16
Условие		На 1 час	
Собственная скорость	$x$		
Скорость течения	4		
Уравнение		$16/(x-4) - 16/(x+4) = 1$	

## Задачи на смеси и сплавы

При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

	Масса раствора	Масса вещества в растворе	% содержания вещества в растворе
I	x	0,2x	20% = 0,2
II	y	0,5y	50% = 0,5
I+II	x + y	0,3(x + y)	30% = 0,3
условие		$0,2x + 0,5y = 0,3(x + y)$	
Найти x/y			

## Решение задач (базовый уровень)

1. Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист и одновременно из В в А выехал автомобилист. Мотоциклист прибыл в В через 2 часа после встречи, а автомобилист в А через 30 минут после встречи. Сколько часов был в пути мотоциклист?

**Ответ: 3**

30 мин=0,5ч

<u>После встречи</u>	<b>V</b>	<b>t</b>	<b>S</b>
мотоциклист	<b>x</b>	<b>2</b>	<b>2x</b>
автомобилист	<b>y</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5y</b>

<u>До встречи</u>	<b>V</b>	<b>t</b>	<b>S</b>
мотоциклист	<b>x</b>	$\frac{0,5y}{x}$	<b>0,5y</b>
автомобилист	<b>y</b>	$\frac{2x}{y}$	<b>2x</b>

Значит,  $\frac{0,5y}{x} = \frac{2x}{y}$

$$x \quad y ;$$

$$y=2x ;$$

$$t_{\text{мот}} = \frac{0,5y}{x} + 2 = \frac{0,5 \cdot 2x}{x} + 2 = 3 \text{ (ч)}$$

2. Маша и Настя могут вымыть окно за 20 минут. Настя и Лена могут вымыть это же окно за 15 минут, а Маша и Лена – за 12 минут. За какое время девочки вымоют окно, работая втроем? Ответ дайте в минутах.

**Ответ: 10**

	производительность	время	работа
Маша	$1/x$	$x$	1
Настя	$1/y$	$y$	1
Лена	$1/z$	$z$	1
М+Н+Л	$1/x+1/y+1/z$		

	производительность	время	работа
М+Н	$1/20$	20	1
Н+Л	$1/15$	15	1
М+Л	$1/12$	12	1
2(М+Л+Н)	$1/20+1/15+1/12$		

$$\text{Значит, } 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{1}{12} ; \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10} ; \quad 1 : \frac{1}{10} = 10$$

**(6кл)3.** Во время загородной поездки автомобиль на каждые 100 км пути расходует на 2 литра бензина меньше, чем в городе. Водитель выехал с полным баком, проехал 120 км по городу и 210 км по загородному шоссе до заправки. Заправив машину он обнаружил, что в бак вошло 42 литра бензина. Сколько литров бензина расходует автомобиль на 100 км пробега в городе.

**Ответ: 14**

**(5кл)4.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 300 метров, за 30 секунд. Найдите длину поезда (в метрах)

**Ответ:450**

**(5кл)5.** Велосипедист от дома до места работы едет со средней скоростью 10 км/ч, а обратно – со средней скоростью 15 км/ч, поскольку дорога идет немного под уклон. Найдите среднюю скорость движения велосипедиста на всем пути от дома до места работы и обратно. Ответ дайте в километрах в час.

**Ответ:12**

**(6кл)6.** Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

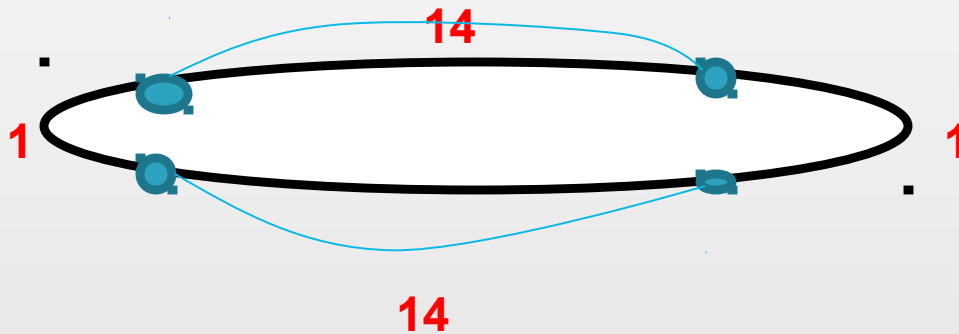
**Ответ:5**

**(5кл)7.** Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго – 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на один круг?

**Ответ:120**



9. Между стартом и финишем горнолыжного спуска круглосуточно действует подвесная канатная дорога. Кабинки сверху и снизу отправляются одновременно каждые 3 минуты. Время движения в одну сторону составляет 14 минут. На старте и финише кабинка стоит 1 минуту, включая режим проскальзывания каната. Определите количество кабинок, двигающихся вниз, которые встречаются горнолыжнику при подъеме.



$$30:3 = 10 \text{ (КАБИНОК)}$$

$$10 - 1 = 9$$

**Ответ: 9**

12. Имеются два сосуда, содержащие 42 кг и 6 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

**Ответ: 15,4**

имеется	масса	масса в-ва	% в-ва
I	42	<b>x</b>	x/42
<b>II</b>	<b>6</b>	<b>y</b>	<b>y/6</b>
<b>I + II</b>	<b>48</b>	<b>48 * 0,4 = 19,2</b>	<b>0,4</b>
		<b>X + Y = 19,2</b>	

если	масса	Масса в-ва	% в-ва
I	m	x/42 * m	x/42
<b>II</b>	m	y/6 * m	<b>y/6</b>
<b>I + II</b>	2m	2m * 0,5 = m	0,5
		<b>x/42 * m + y/6 * m = m</b>	

21. Для перевозки груза было заказано две машины разной грузоподъемности, которые должны были сделать одинаковое количество рейсов, при этом первая машина должна перевезти на 80 тонн груза больше, чем вторая. В действительности оказалось, что грузоподъемность этих машин больше, чем предполагалось: у первой машины – на 3 т, а у второй – на 2 т. В результате каждый водитель перевез свою часть груза, сделав на 4 рейса меньше, чем предполагалось. Какова плановая грузоподъемность первой машины? (ответ дайте в тоннах)

ПЛАН	Грузоподъемность 1 маш	Кол-во рейсов	Всего масса
I	<b>X</b>	n	xn
II	Y	n	yn
			<b>xn - yn = 80</b>

ФАКТ	Грузоподъемность 1 маш	Кол-во рейсов	Всего масса
I	<b>X + 3</b>	n - 4	<b>(X + 3) (n - 4) = xn</b>
II	<b>Y + 2</b>	n - 4	<b>(Y + 2) (n - 4) = yn</b>

**Ответ:12**

23. Слесарь и его ученик, работая вместе, могут выполнить порученную работу за 15 часов. Если сначала будет работать слесарь, а потом его сменит ученик, то работа будет выполнена за 30 часов, при этом ученик выполнил на 40% меньше работы, чем слесарь. За сколько часов ученик сможет выполнить всю работу?

	<b>V</b>	<b>t</b>	<b>A</b>
Слесарь	1/Y	Y	1
Ученик	1/X	<b>X</b>	1
С + У	1/X + 1/Y	15	1 <span style="float: right;">X &gt; Y</span>
	<b>1/X + 1/Y = 1/15</b>		

	<b>V</b>	<b>t</b>	<b>A</b>
Слесарь	1/Y	aY	a
Ученик	1/X	(1 - a)X	1 - a
		Всего 30 ч	
		<b>ay + (1 - a)x = 30</b>	

Найдем а и (а-1)

а - 100%

1-а - 60%

$$60a = 100 - 100a$$

$$a = 5/8$$

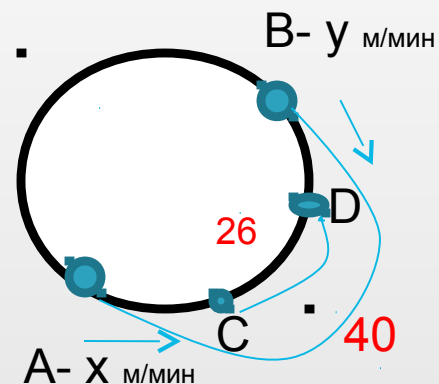
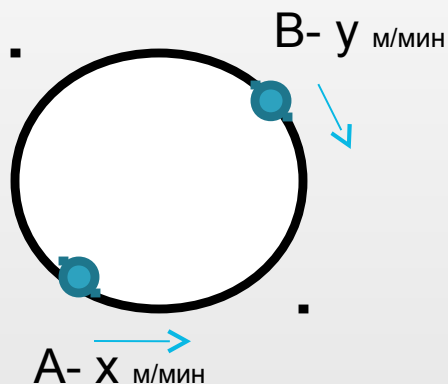
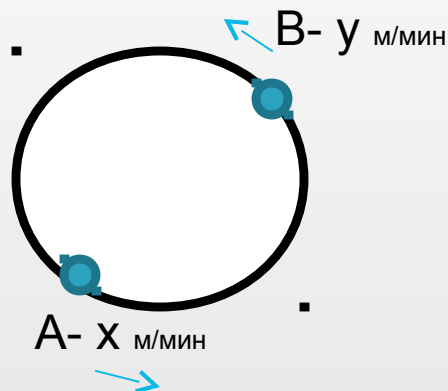
$$1-a = 3/8$$

$$1/X + 1/Y = 1/15$$

$$5/8 y + 3/8 x = 30$$

**Ответ: 40**

25. Два тела, двигаясь по окружности в одном и том же направлении, встречаются через каждые 56 минут. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, то они встречались бы через каждые 8 минут. Если при движении в противоположных направлениях в некоторый момент времени расстояние по окружности между телами равно 40 м, то через 24 с оно будет 26 м ( в течении этих 24с тела не встретились). Найти скорости тел и длину окружности.



$$\frac{S}{x - y} = 56$$

$$\frac{S}{x + y} = 8$$

$$AC + BD = 40 - 26 = 14$$

$$t = 24 \text{ с} = \frac{2}{5} \text{ ч}$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y = 14$$

(8кл)13. Найдите двузначное число, которое в 7 раз больше суммы его цифр и в 10, 5 раза больше произведения его цифр.

Ответ: 21

(8кл)14. Найдите двузначное число, которое в 3 раза больше произведения его цифр. Если переставить цифры этого числа в обратном порядке, то отношение полученного числа к данному будет равно 3,4.

Ответ: 15

(7-8кл)15. В течении февраля цена на огурцы выросла на 30%, а в течении марта- на 20% от цены февраля. На сколько процентов поднялась цена за два месяца?

Ответ: 56

(9кл)16. Два каменщика работали вместе 12 дней на кладке стен дома, а затем один первый каменщик заканчивал работу еще 9 дней. За сколько дней сможет выполнить эту работу первый каменщик, работая один, если второму потребуется для этого на 13 дней меньше?

Ответ: 39

(9кл)17. За шестичасовую смену рабочий сделал на 64 детали больше, чем его ученик, так как тратил на изготовление одной детали на 2 минуты меньше. Сколько деталей сделал ученик за смену?

Ответ: 80

**Решение задач (повышенный уровень)**

**18. Два велосипедиста стартовали друг за другом с интервалом в 9 минут. Второй велосипедист догнал первого в 9 км от старта. Доехав до отметки 27-км, второй велосипедист повернул обратно и встретил первого на расстоянии 2 км от точки поворота. Найдите скорость второго велосипедиста. (Скорость велосипедиста считать постоянными. Ответ дать в км/ч)**

**Ответ: 15**

**19. После того, как из котлована выкачали 3,8 находившейся в нем воды, насос заменили на более мощный. И вся работа двух насосов по осушению котлована заняла 15 часов. Если бы оба насоса работали одновременно, котлован осушили бы за 5 часов. За какое время можно выкачать воду из котлована одним более мощным насосом?**

**Ответ: 6**

**20. Объем ежемесячной добычи газа на первом, втором и третьем месторождениях относятся как 7:6:14. Планируется уменьшить месячную добычу газа на первом месторождении на 14% и на втором тоже на 14%. На сколько процентов нужно увеличить месячную добычу газа на третьем месторождении, суммарный объем добываемого за месяц газа не изменился?**

**Ответ: 13**

21. Для перевозки груза было заказано две машины разной грузоподъемности, которые должны были сделать одинаковое количество рейсов, при этом первая машина должна перевезти на 80 тонн груза больше, чем вторая. В действительности оказалось, что грузоподъемность этих машин больше, чем предполагалось: у первой машины – на 3 т, а у второй – на 2 т. В результате каждый водитель перевез свою часть груза, сделав на 4 рейса меньше, чем предполагалось. Какова плановая грузоподъемность первой машины? (ответ дайте в тоннах)

**Ответ:12**

22. По плану первый цех мебельной фабрики должен изготовить на 180 изделий больше, чем второй цех. Из-за болезни в первом цехе работало на 6 человек меньше, а во втором цехе – на 4 человека меньше, чем по плану, поэтому оба цеха выполнили план с опозданием на 1 день. Сколько человек по плану работает в первом цехе, если каждый рабочий изготавливает по одному изделию в день?

**Ответ:60**



**23. Слесарь и его ученик, работая вместе, могут выполнить порученную работу за 15 часов. Если сначала будет работать слесарь, а потом его сменит ученик, то работа будет выполнена за 30 часов, при этом ученик выполнил на 40% меньше работы, чем слесарь. За сколько часов ученик сможет выполнить всю работу?**

**Ответ: 40**

**24. Для разгрузки баржи имеется три крана. Первому крану для разгрузки всей баржи требуется времени в четыре раза меньше, чем второму, и на 9 часов больше, чем третьему. Три крана, работая вместе, разгрузили бы баржу за 18 часов, но по условиям эксплуатации одновременно могут работать только два крана. Определите наименьшее время (в часах), необходимое для разгрузки баржи. (Производительность каждого крана постоянна в течении всей работы).**

**Ответ: 20**

25. Два тела, двигаясь по окружности в одном и том же направлении, встречаются через каждые 56 минут. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, то они встречались бы через каждые 8 минут. Если при движении в противоположных направлениях в некоторый момент времени расстояние по окружности между телами равно 40 м, то через 24 с оно будет 26 м ( в течении этих 24с тела не встретились). Найти скорости тел и длину окружности.

Ответ: 280 м, 20 м/с и 15 м/с

26. В соревнованиях по прыжкам участвовали 45 человек. Из них 40 выполнили норму первого разряда по прыжкам в высоту, 30 – по прыжкам в длину, 25 – по прыжкам с шестом. Каждый участник выполнил норму первого разряда хотя бы по двум дисциплинам. Сколько участников выполнили норму первого разряда ровно по двум дисциплинам?

Ответ: 40

## **Литература:**

- 1. Жафьяров А.Ж. Профильное обучение математике старшеклассников**
- 2. Рурукин А.Н. Выпускные экзамены. ЕГЭ. Вступительные экзамены**
- 3. Власова А.П. 50 типовых вариантов ЕГЭ (новая версия)**
- 4. Лысенко Ф.Ф. Математика. Текстовые задачи.**
- 5. Лысенко Ф.Ф. Математика ЕГЭ-2015. Вступительные испытания**
- 6. Кузнецова Л.В. Сборник для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе**
- 7. Высоцкий И.Р. ЕГЭ. Универсальные материалы для подготовки учащихся**
- 8. Ященко И.В. Подготовка к ЕГЭ по математике 2015.**

<http://www.mathege.ru:8080/or/ege/Main>

Банк открытых задач по математике  
для подготовки к ЕГЭ