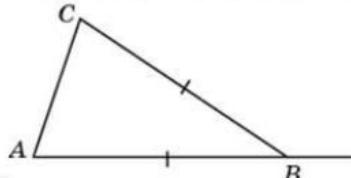


Контрольно измерительные материалы по математике (профиль)

**Вариант 24 2024**

- 1 В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $94^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



- 2 На плоскости отмечены точки  $A(1; 1)$ ,  $B(3; 2)$  и  $C(2; 4)$ . Найдите длину вектора  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

- 3 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?

- 4 В классе 16 учащихся, среди них два друга – Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

- 5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

$$\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}$$

- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}$ .

- 7 Найдите  $16 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,5$ .

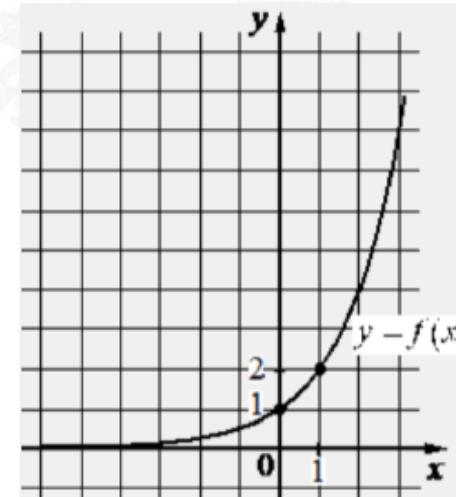
- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 27$ , где  $x$  – расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с момента начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени  $t = 2$  с.

- 9 Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  – время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки,  $\omega = 50$  град./мин – начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 4$  град./мин<sup>2</sup> – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки  $\varphi$  достиг  $2500^\circ$ . Ответ дайте в минутах.

- 10 Один мастер может выполнить заказ за 30 часов, а другой – за 15 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(3)$ .



- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 2e^x + 8 \text{ на отрезке } [-2; 1].$$

## Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ .

- 14 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  на диагонали  $BD_1$  отмечена точка  $N$  так, что  $BN:ND_1 = 1:2$ . Точка  $O$  – середина отрезка  $CB_1$ .

- а) Докажите, что прямая  $NO$  проходит через точку  $A$ .

- б) Найдите объём параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , если длина отрезка  $NO$  равна расстоянию между прямыми  $BD_1$  и  $CB_1$  и равна  $\sqrt{2}$ .

- 15 Решите неравенство

$$\log_2(14 - 14x) \geq \log_2(x^2 - 5x + 4) + \log_2(x + 5).$$

16 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

17 Боковые стороны  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  вдвое больше основания  $BC$ . На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  отложены отрезки  $AP$  и  $CQ$  соответственно, равные четверти этих сторон.

- Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой  $PQ$  в отношении 1:3.
- Найдите длину отрезка прямой  $PQ$ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника  $ABC$ , если  $BC = 4\sqrt{19}$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} xy^2 - xy - 4y + 4 \\ \sqrt{x+2} \\ y = x + a \end{cases} = 0,$$

имеет ровно два различных решения.

19 На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5120.

- Может ли оказаться, что на доске написано число 230?
- Может ли оказаться, что на доске нет числа 14?
- Какое наименьшее количество чисел, кратных 14, может быть на доске?