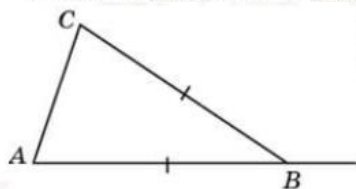


Вариант 24 2024

- 1 В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 94° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.

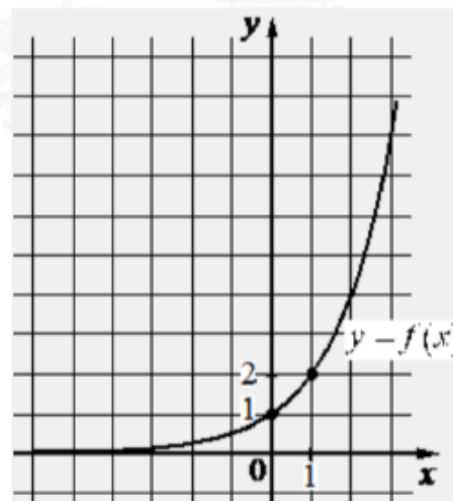


- 2 На плоскости отмечены точки $A(1; 1)$, $B(3; 2)$ и $C(2; 4)$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
- 3 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?
- 4 В классе 16 учащихся, среди них два друга – Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.
- 5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

- 6 Найдите корень уравнения $\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}$.
- 7 Найдите $16 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$.

- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 27$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.
- 9 Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 50$ град./мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4$ град./мин² — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки φ достиг 2500° . Ответ дайте в минутах.
- 10 Один мастер может выполнить заказ за 30 часов, а другой – за 15 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 2e^x + 8$ на отрезке $[-2; 1]$.

Часть 2

- 13 а) Решите уравнение $4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.
- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на диагонали BD_1 отмечена точка N так, что $BN:ND_1 = 1:2$. Точка O – середина отрезка CB_1 .
- а) Докажите, что прямая NO проходит через точку A .
- б) Найдите объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если длина отрезка NO равна расстоянию между прямыми BD_1 и CB_1 и равна $\sqrt{2}$.
- 15 Решите неравенство $\log_2(14 - 14x) \geq \log_2(x^2 - 5x + 4) + \log_2(x + 5)$.

- 16 | 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

- 17 | Боковые стороны AB и AC равнобедренного треугольника ABC вдвое больше основания BC . На боковых сторонах AB и AC отложены отрезки AP и CQ соответственно, равные четверти этих сторон.

а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная его основанию, делится прямой PQ в отношении 1:3.
б) Найдите длину отрезка прямой PQ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника ABC , если $BC = 4\sqrt{19}$.

- 18 | Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - xy - 4y + 4}{\sqrt{x+2}} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 19 | На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5120.

а) Может ли оказаться, что на доске написано число 230?
б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 14?
в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 14, может быть на доске?