

Игровые стратегии

Разбор задачи №26
ЕГЭ по информатике



- все позиции в простых играх делятся на **выигрышные** и **проигрышные**
- **выигрышная позиция** – это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если не сделает ошибку; при этом говорят, что у него есть **выигрышная стратегия** – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть
- если игрок начинает играть в **проигрышной** позиции, он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник; в этом случае говорят, что у него **нет выигрышной стратегии**; таким образом, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом **создать проигрышную позицию** для соперника

из теории игры

- выигрышные и проигрышные позиции можно охарактеризовать так:
 - позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции – **проигрышная**;
 - позиция, из которой хотя бы один из возможных ходов ведет в проигрышную позицию - **выигрышная**, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию.

из теории игры

Одна куча камней демо 2015

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит **куча камней**. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 35.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 34$. Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

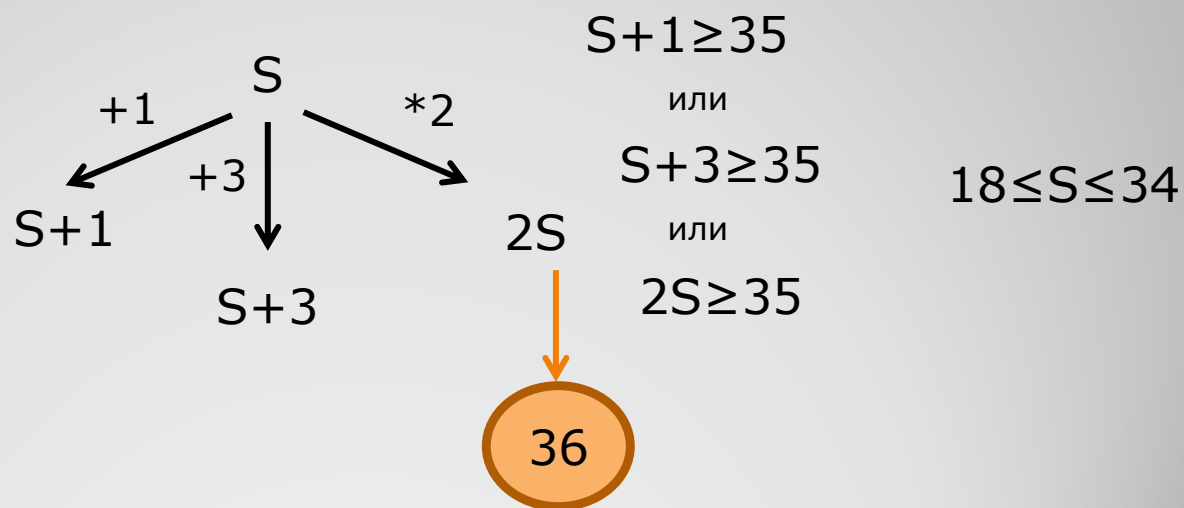
Одна куча камней

демо 2015

Задание 1

а) Укажите все такие значения числа S , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.



Одна куча камней

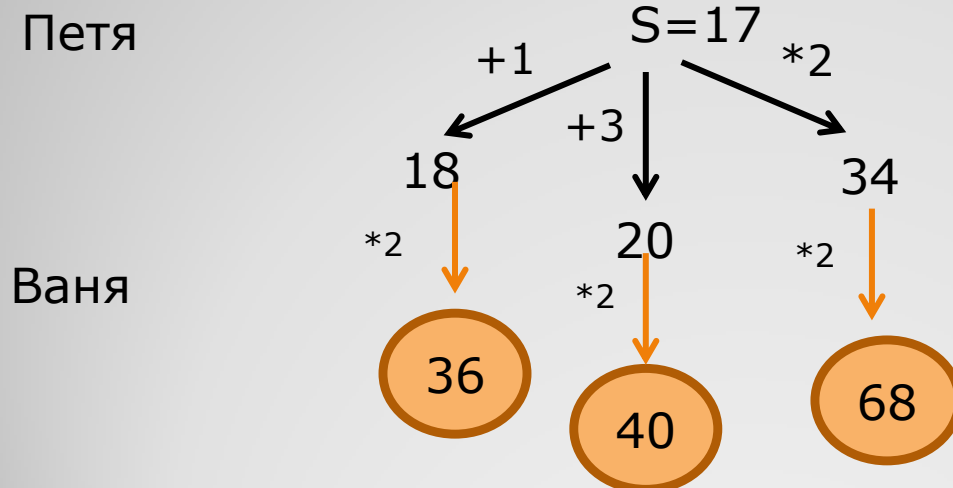
демо 2015

Задание 1

а) Укажите все такие значения числа S , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Должно быть $S < 18$



Одна куча камней демо 2015

Ответ к Заданию 1.

а) Петя может выиграть, удвоив количество камней в куче, если $S = 18, \dots, 34$. При меньших значениях S за один ход нельзя получить кучу, в которой не менее 35 камней.

б) Ваня может выиграть первым ходом (как бы ни играл Петя), если исходно в куче будет $S = 17$ камней. Тогда после первого хода Пети в куче будет 18, 20 камней или 34 камня. Во всех случаях Ваня удваивает количество камней и выигрывает в один ход.

Задание 2

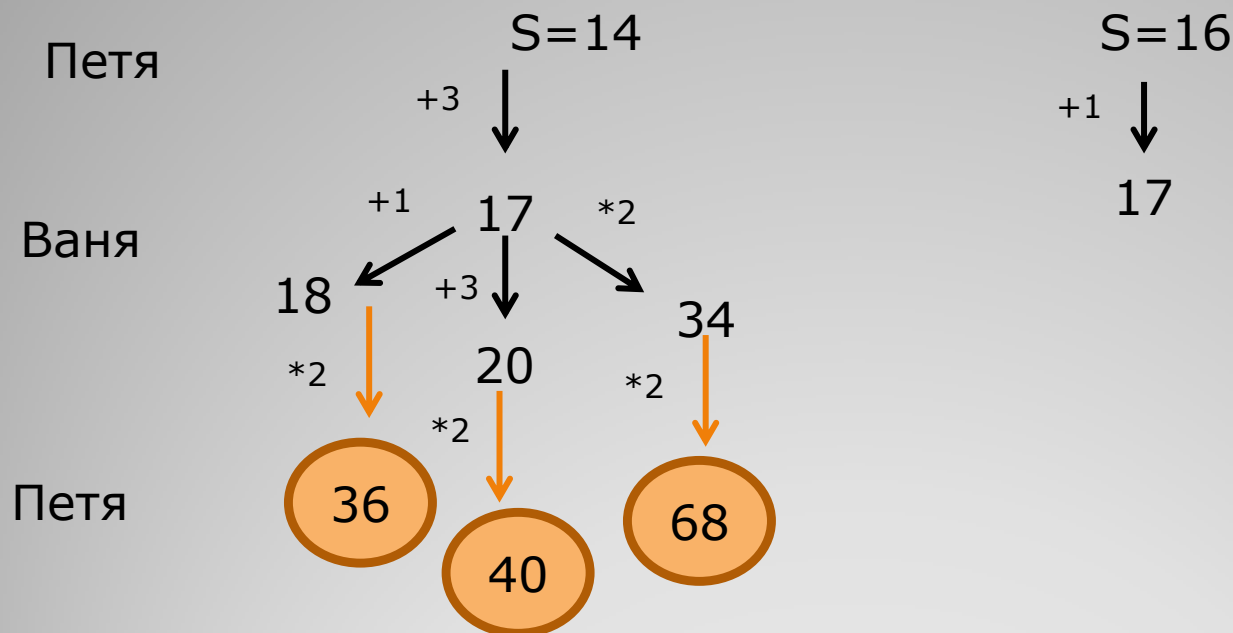
Укажите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- ☐ Петя не может выиграть за один ход;
- ☐ Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Пети.

Одна куча камней

демо 2015



Ответ к Заданию 2. S : 14, 16. Петя не может выиграть первым ходом, но создает кучу из 17 камней и проигрышную позицию для Вани. Эта позиция разобрана в п. 16. В ней игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выиграть не может, а его противник (т.е. Петя) следующим ходом выиграет.

Одна куча камней

демо 2015

Задание 3

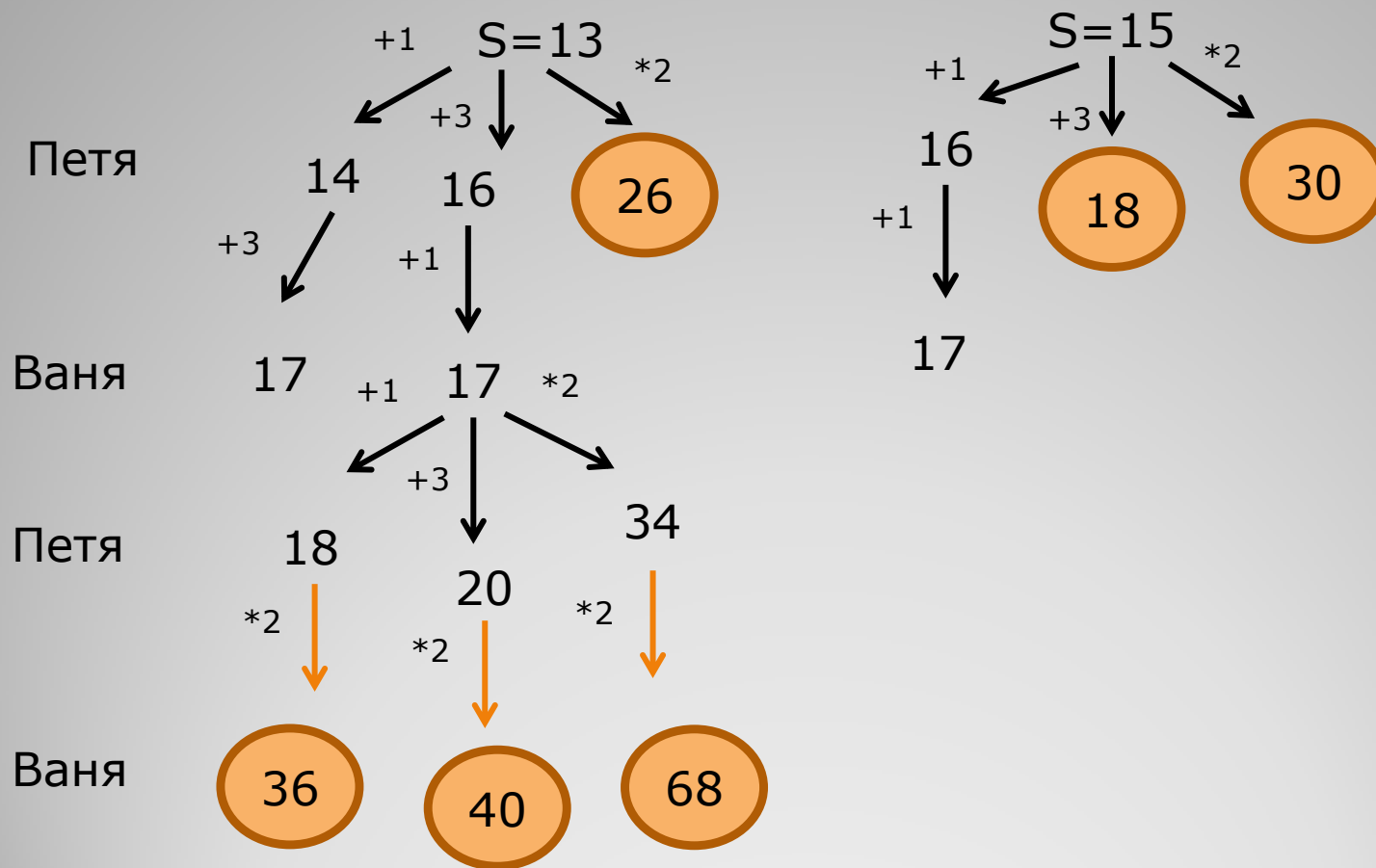
Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- ☐ у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- ☐ у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах – количество камней в позиции

Одна куча камней

демо 2015



Одна куча камней демо 2015

Ответ к Заданию 3. Возможные значения $S = 13, 15$.

Например, для $S = 13$ после первого хода Пети в куче будет 14, 16 или 26 камней. Если в куче станет 26 камней, Ваня удвоит количество камней и выиграет первым ходом (в случае ошибки Пети). У Вани нет стратегии гарантированно позволяющей ему выиграть первым ходом, но существует выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любом ходе Пети. Так после первого хода Пети в куче остается 14 или 16 камней. Эта ситуация разобрана в п. 2. В этой ситуации игрок, который будет ходить (теперь это Ваня), выигрывает своим вторым ходом, создавая, проигрышную позицию для Пети (17 камней), которая разобрана в п.16. Дерево возможных партий представлено в виде графа.

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в любую кучу два камня;**
- б) **увеличить количество камней в любой куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 113. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 113 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 11 камней, а во второй – S камней, $1 \leq S \leq 101$.

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Задание 1. а) При каких значениях числа S Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 2. Укажите такое значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Задание 3. Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

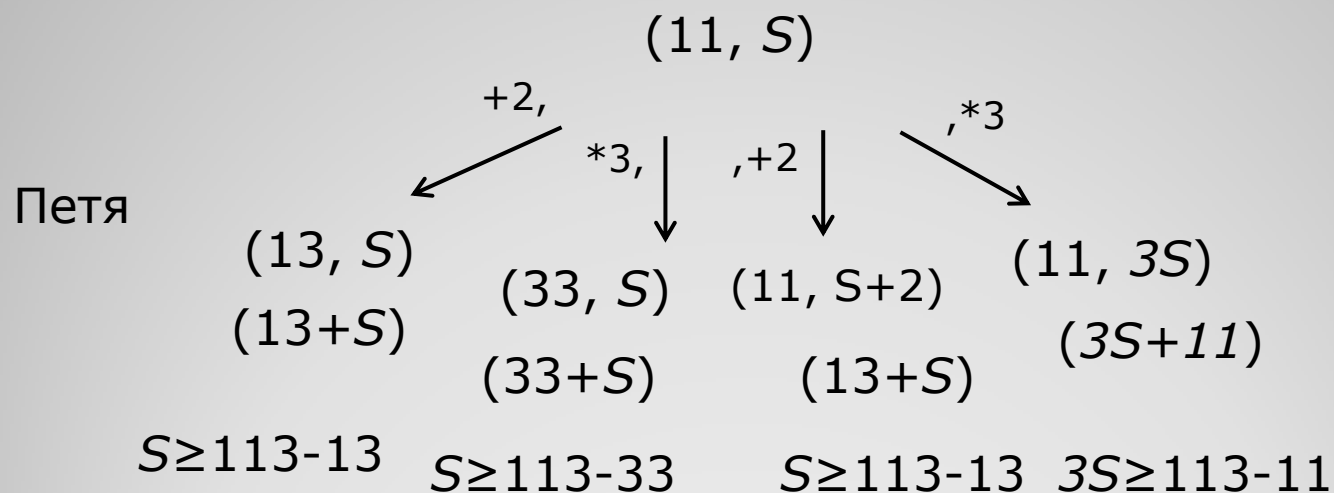
- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани.

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Задание 1. а) При каких значениях числа S Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.



Если $34 \leq S \leq 101$, то Петя выигрывает своим первым ходом

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Задание 1. а) При каких значениях числа S Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

Ответ к Заданию 1.

а) Петя может выиграть, утроив количество камней в куче, если $S = 34, \dots, 101$. При меньших значениях S за один ход нельзя получить кучу, в которой не менее 113 камней.

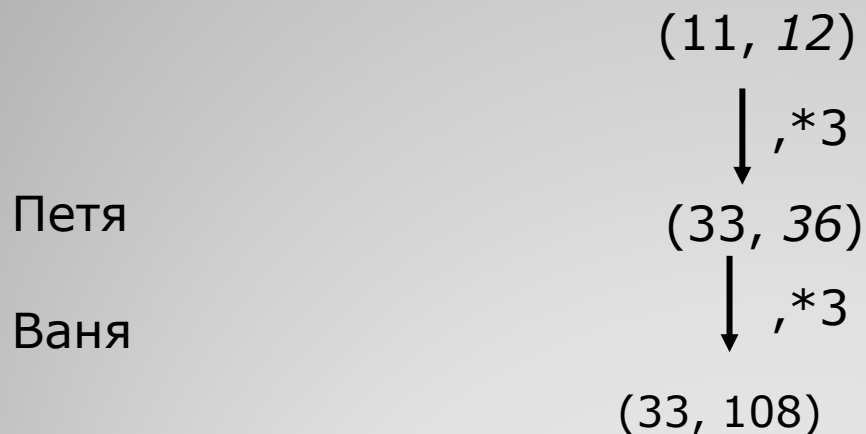
Задание 1. б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

(11, 12,, 33, 34)

$$(S=34:3=11,33..) \Rightarrow S=12$$

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Задание 1. б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.



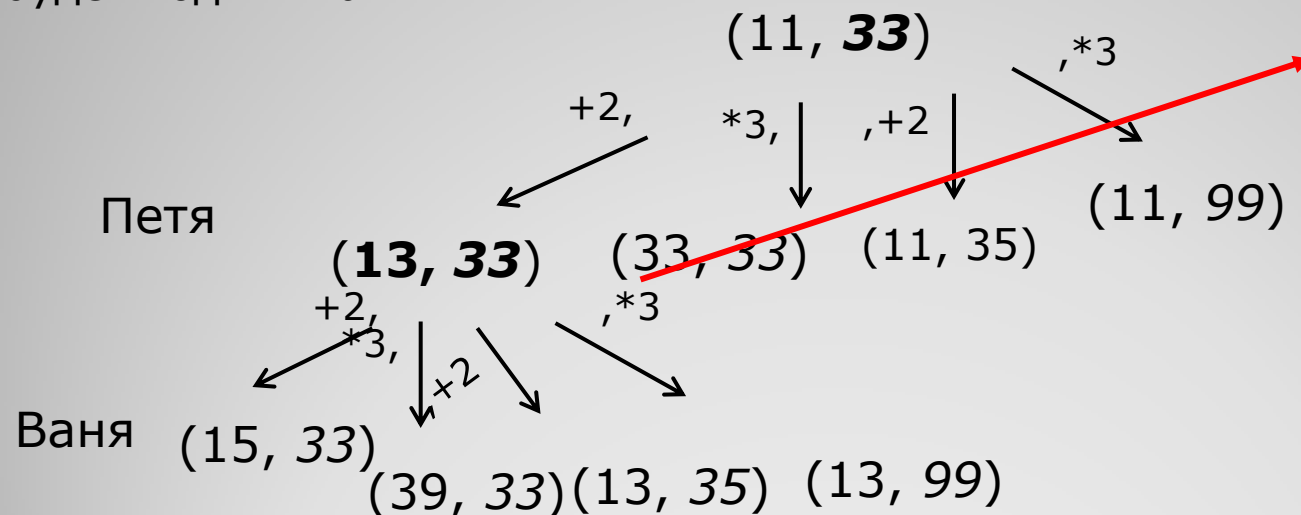
Ответ к Заданию 1.

б) Минимальное значение $S=12$, Ваня выигрывает своим первым ходом, утроив количество камней в большей куче, при неудачном первом ходе Пети.

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Задание 2. Укажите такое значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.



Петя Утроив количество камней в большей куче,
Петя выигрывает своим вторым ходом

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Ответ к Заданию 2. При $S=33$ у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия: Петя не может выиграть за один ход. После первого хода Пети в кучах будет $(13,33)$ камней соответственно. При любом ходе Вани суммарное количество камней в кучах будет меньше 113. Утроив количество камней в большей куче, Петя выигрывает своим вторым ходом.

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Задание 3. Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани.



Утроив количество камней в большей куче, Ваня выигрывает своим вторым ходом

Игра в камни задание Полякова К.Ю.

Ответ к Заданию 3. При $S=32$ у Вани есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия: у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом (это произойдёт при ошибке Пети).

После первого хода Пети в кучах будет $(13,32)$, $(33,32)$, $(11,34)$ или $(11,96)$ камней соответственно. В случае $(33,32)$, $(11,34)$ или $(11,96)$ камней, Ваня выигрывает первым ходом, утроив количество камней в большей куче. Для хода $(13,32)$ Ваня переводит в позицию $(15,32)$ и после любого хода Пети суммарное количество камней в кучах будет меньше 113. Далее, утроив количество камней в большей куче, Ваня выигрывает своим вторым ходом. Дерево игры прилагается

Игра в слова первый поток 2017

Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого (выполняется условие Фано). Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

Пример. Пусть заданы слова {МАК, МЫЛО, РАМА, РАК}. На первом ходу Петя может написать букву М или Р. Пусть он написал букву М. В ответ Ваня может написать А или Ы. В первом случае получается МА, и Петя, дописав букву К, получает слово МАК из заданного набора и выигрывает. Во втором случае получается МЫ, Петя вынужден дописать Л и Ваня выиграет вторым ходом, дописав О и получив слово МЫЛО.

Игра в слова первый поток 2017

Задание 1.

а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ВАРЕНЬЕ, КОРОВА}. Опишите эту стратегию.

Определите, сколько различных партий может быть сыграно при этой стратегии и какое слово будет получено в каждом случае.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {НУБНУБ...НУБ, РУМАРУМА...РУМА}. В первом слове 55 раз повторяется слово НУБ, а во втором – 32 раза повторяется слово РУМА. Опишите эту стратегию. Определите, сколько различных партий может быть сыграно при этой стратегии и какое слово будет получено в каждом случае.

Игра в слова первый поток 2017

Задание 1.

а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ВАРЕНЬЕ, КОРОВА}. Опишите эту стратегию. Определите, сколько различных партий может быть сыграно при этой стратегии и какое слово будет получено в каждом случае.

Решение

Подсчитаем количество букв в каждом слове:

ВАРЕНЬЕ=7 КОРОВА=6

Ответ к заданию 1а.

Выигрышная **стратегия Пети состоит в том, чтобы написать первую букву В**. Далее остается только одно допустимое слово – ВАРЕНЬЕ, и Петя выиграет, так как в этом слове 7 букв и он допишет последнюю букву, имеющую нечётный номер. При выбранной стратегии возможна только **одна партия**. В результате этой партии получится слово **ВАРЕНЬЕ**.

Игра в слова первый поток 2017

Задание 16. б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {НУБНУБ...НУБ, РУМАРУМА...РУМА}. В первом слове 55 раз повторяется слово НУБ, а во втором – 32 раза повторяется слово РУМА. Опишите эту стратегию. Определите, сколько различных партий может быть сыграно при этой стратегии и какое слово будет получено в каждом случае.

Решение

Подсчитаем количество букв в каждом слове:

НУБНУБ...НУБ = 165 РУМАРУМА...РУМА = 128

Ответ к заданию 16.

Выигрышная **стратегия Пети** состоит в том, **чтобы написать первую букву Н**. Далее остается только одно допустимое слово – НУБНУБ...НУБ, и Петя выиграет, так как в этом слове нечётное количество букв (165) и он допишет последнюю букву, имеющую нечётный номер.

При выбранной стратегии возможна только **одна партия**. В результате этой партии получится слово **НУБНУБ...НУБ**.

Игра в слова первый поток 2017

Задание 2

В наборе слов, приведённом в задании 1а {ВАРЕНЬЕ, КОРОВА} , поменяйте местами две буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока. Опишите эту стратегию. Определите, сколько различных партий может быть сыграно при этой стратегии и какое слово будет получено в каждом случае.

Ответ к заданию 2.

Для того, чтобы Ваня мог выиграть, во втором слове КОРОВА нужно **поменять местами буквы К и В** (1 и 5).

Так как оба слова начинаются с буквы В, Петя обязательно напишет букву В. Выигрышная стратегия Вани состоит в том, чтобы своим ходом дописать букву О. После этого игра «идёт» по слову ВОРОКА, в нём чётное количество букв и выигрывает Ваня, который допишет последнюю букву.

При выбранной стратегии возможна **только одна партия**.

В результате этой партии будет получено слово **ВОРОКА**.

Игра в слова первый поток 2017

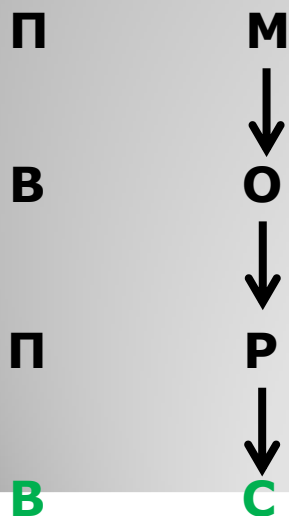
Задание 3

Дан набор слов {МОРОКА, МОРС, МОРОЗ, ПЛАХА, ПЛАТЬЕ, ПЛОМБА}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия? Приведите в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при этой стратегии.

МОРОКА=6 (В)

МОРОЗ=5(П)

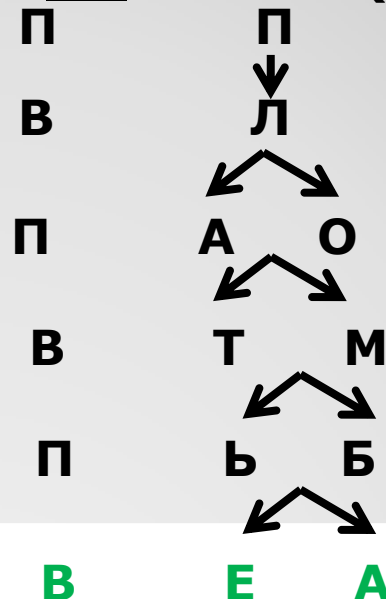
МОРС=4(В)



ПЛАХА=5 (П)

ПЛАТЬЕ=6(В)

ПЛОМБА=6(В)



Игра в слова первый поток 2017

Ответ к заданию 3.

Выигрышная стратегия есть у Вани. Петя может поставить первую букву М, и тогда Ваня выиграет своим вторым ходом, поставив слово МОРС. Если Петя поставит первую букву П, то Ваня выиграет третьим ходом, написав слова ПЛАТЬЕ или ПЛОМБА. Дерево игры прилагается.

Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова

Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. На столе в кучке лежат фишки. На лицевой стороне каждой фишки написано двузначное натуральное число, обе цифры которого находятся в диапазоне от 1 до 3. Никакие две фишки не повторяются. Игра состоит в том, что игроки поочередно берут из кучки по одной фишке и выкладывают в цепочку на стол лицевой стороной вверх таким образом, что каждая новая фишка ставится правее предыдущей и последняя цифра предыдущей фишки совпадает с первой цифрой следующей.

Первый ход делает Петя, выкладывая любую фишку из кучки. Игра заканчивается, когда в кучке нет ни одной фишки, которую можно добавить в цепочку. Тот, кто добавил последнюю фишку, **выигрывает**, а его противник проигрывает.

Выполните следующие три задания при исходном наборе фишек $\{11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32\}$.

Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова

Задание 1. а) Приведите пример **самой короткой партии**, возможной при данном наборе фишек. Если таких партий несколько, достаточно привести одну.

б) Петя первым ходом поставил фишку 21. У кого из игроков есть выигрышная стратегия в этой ситуации? Укажите первый ход, который должен сделать выигрывающий игрок, играющий по этой стратегии. Приведите пример одной из партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

Задание 2. Петя первым ходом выставил фишку 11. У кого из игроков в этом случае есть выигрышная стратегия, позволяющая выиграть **свои четвертым ходом**? Постройте в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

Задание 3. Укажите хотя бы один способ убрать две фишки из исходного набора так, чтобы всегда выигрывал не тот игрок, которой имеет выигрышную стратегию в задании 2. Приведите пример партии для набора из шести оставшихся фишек.

Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова

Задание 1. а) Приведите пример **самой короткой партии**, возможной при данном наборе фишек. Если таких партий несколько, достаточно привести одну.

Решение

11	21	31
12	22	32
13	23	

Ответ к заданию 1

Примеры самой короткой партии

а) 32-23-31-13 или 31-13-32-23

Задание 1. б) Петя первым ходом поставил фишку 21. У кого из игроков есть выигрышная стратегия в этой ситуации? Укажите первый ход, который должен сделать выигрывающий игрок, играющий по этой стратегии. Приведите пример одной из партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова

Задание 1. 6) Петя первым ходом поставил фишку 21. У кого из игроков есть выигрышная стратегия в этой ситуации? Укажите первый ход, который должен сделать выигрывающий игрок, играющий по этой стратегии. Приведите пример одной из партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

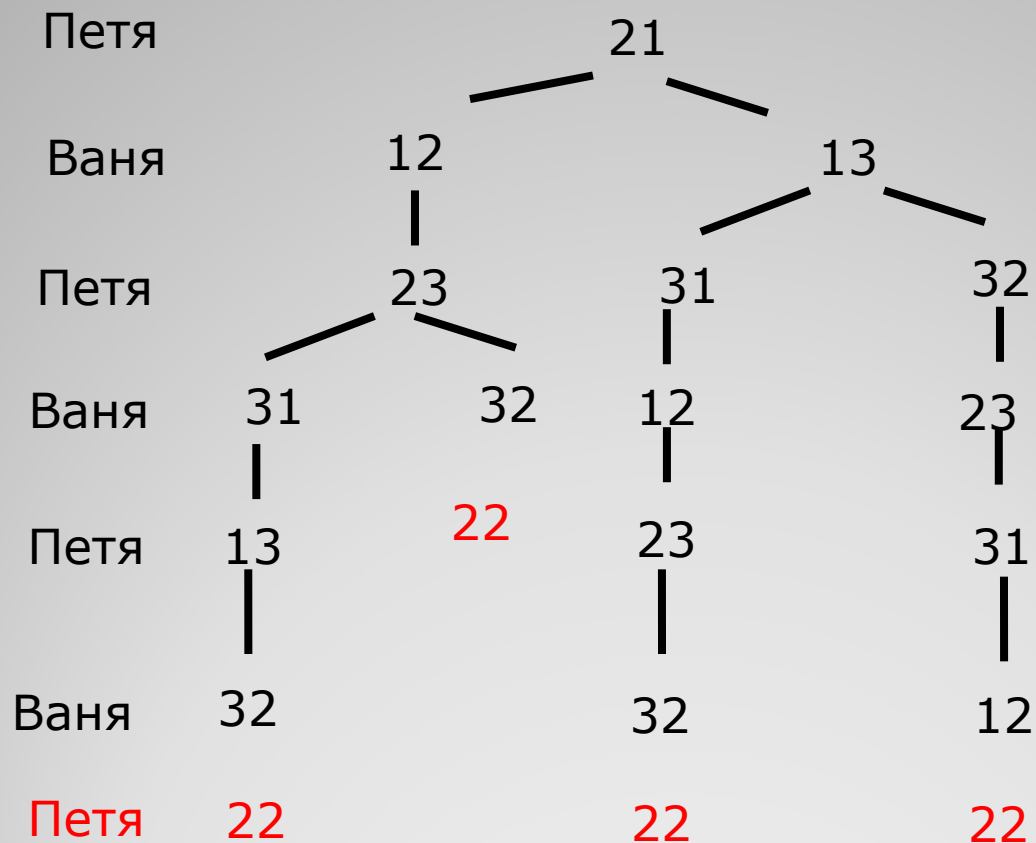
Решение

~~11~~ 12 13

21 ~~22~~ 23 31 32

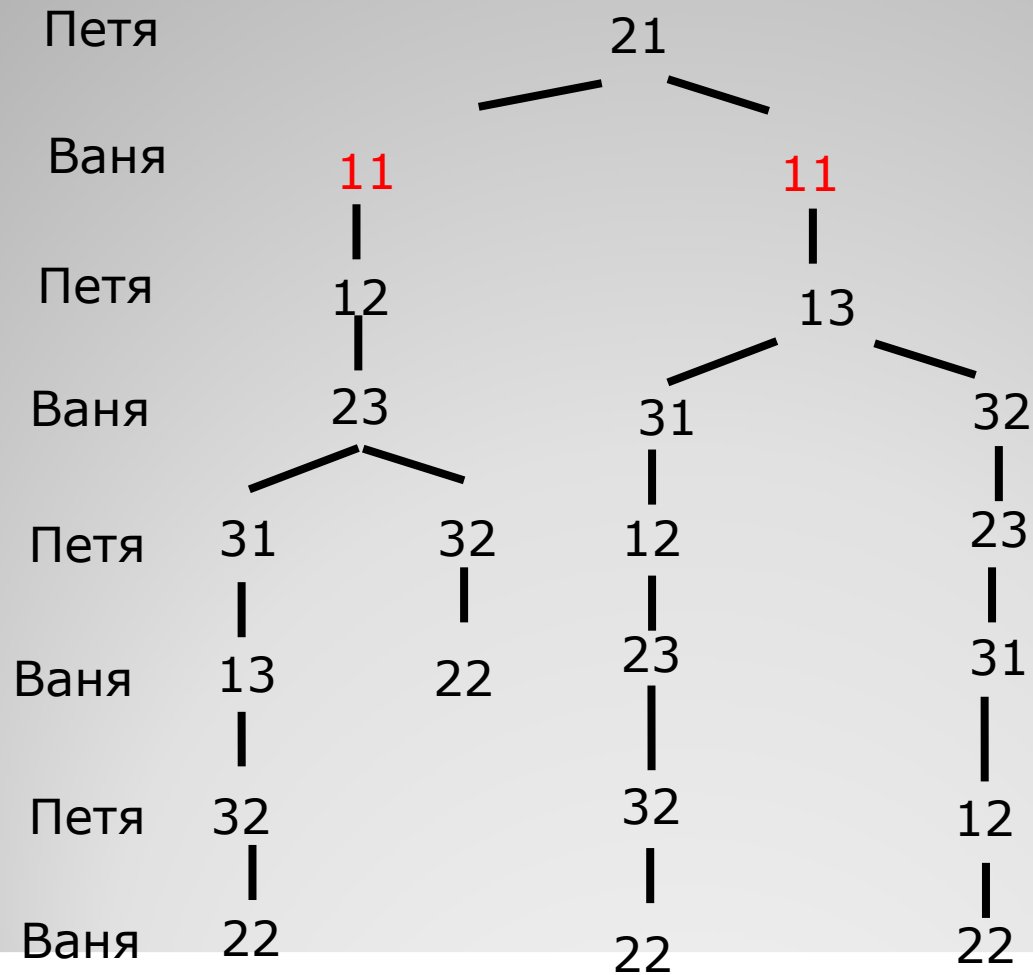
Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова



Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова



Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова

Ответ к заданию 1

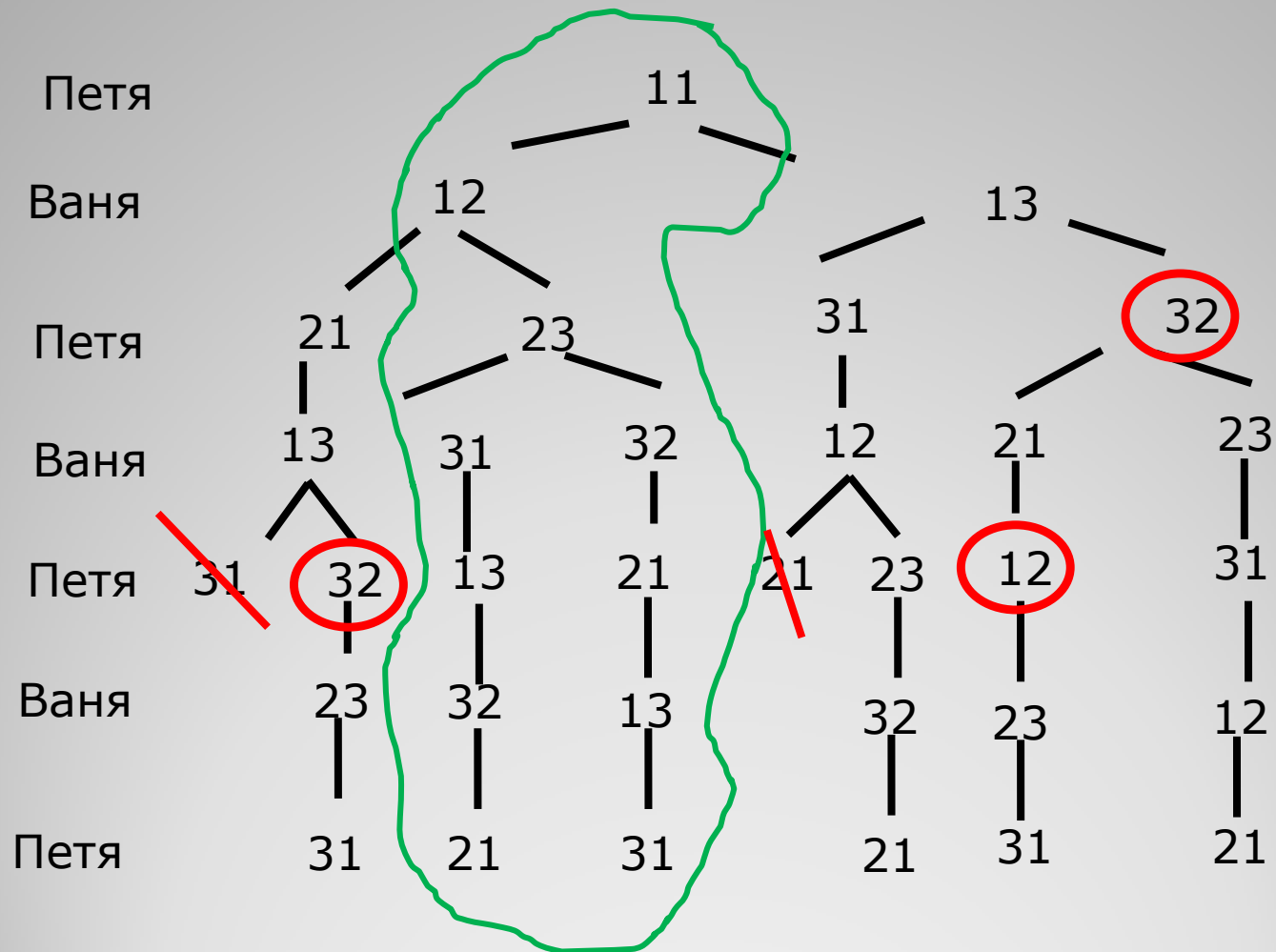
б) Выигрышную стратегию имеет Ваня. Своим первым ходом ему нужно выставить фишку 11. Тогда при любых ответах Пети он выиграет на 3 или 4 ходу. Пример возможной выигрышной партии:

21-11-12-23-32-22 (Ваня ходит вторым и выигрывает своим третьим ходом)

Задание 2. Петя первым ходом выставил фишку 11. У кого из игроков в этом случае есть выигрышная стратегия, позволяющая выиграть **свои четвертым ходом**? Постройте в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

Игра в фишки

задача с сайта К.Ю.Полякова



Игра в фишки

задача с сайта К, Ю.Полякова

Ответ к заданию 2. Выигрышная стратегия есть у Пети.

Пример выигрышной партии:

11-12-23 — 31-13-32-21
32-21-13-31

Дерево партий прилагается

Игра в фишки

задача с сайта К, Ю.Полякова

Задание 3. Укажите хотя бы один способ убрать две фишки из исходного набора так, чтобы всегда выигрывал не тот игрок, который имеет выигрышную стратегию в задании 2. Приведите пример партии для набора из шести оставшихся фишек.

Ответ к заданию 3

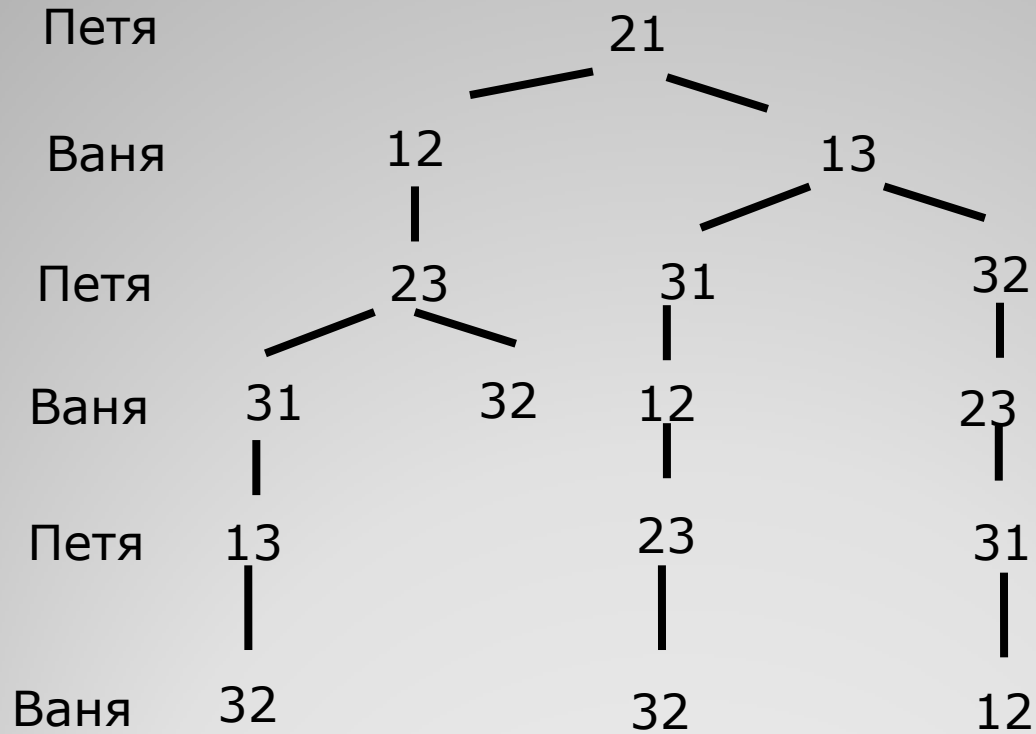
Нужно убрать фишки 11 и 22.

Если убрать два дубля, то всегда будут выставлены 4 или все 6 фишек, поскольку 4 и 6 – чётные числа, то всегда выиграет Ваня, потому что он делает все ходы с чётными номерами. Таким образом, выигрышная стратегия есть у Вани.

Например, при первом ходе Пети 21 возможны партии:

Смотри дерево игры

Игра в фишки



Игра в конфеты

задания Богданова Д.В.

Марина и Дарья не могли поделить конфеты, лежавшие на столе, и решили поиграть в следующую игру. Девочки ходят по очереди, первый ход делает Марина. За один ход каждая девочка может взять со стола либо 5 конфет (или все имеющиеся конфеты, если их осталось меньше 5), либо половину от имеющегося количества, если оно чётное. Игра завершается в тот момент, когда конфет на столе не останется. Победителем считается девочка, сделавшая последний ход, то есть забравшая со стола все оставшиеся конфеты. В начальный момент было $S \geq 1$ конфет. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Игра в конфеты

задания Богданова Д.В.

Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

- 1) Укажите такие значения S , при которых Марина не может выиграть за один ход, но при любом ходе Марины Дарья может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Дарьи.
- 2) Укажите такие значения S , при которых у Марины есть выигрышная стратегия, причём Марина не может выиграть за один ход, но Марина может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Дарья. Для каждого из указанных значений S опишите выигрышную стратегию Марины.
- 3) Укажите такие значения S , при которых у Дарьи есть выигрышная стратегия, позволяющая ей выиграть вторым ходом при любой игре Марины. Для наибольшего из подходящих значений S опишите выигрышную стратегию Дарьи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Дарьи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество оставшихся на столе конфет.

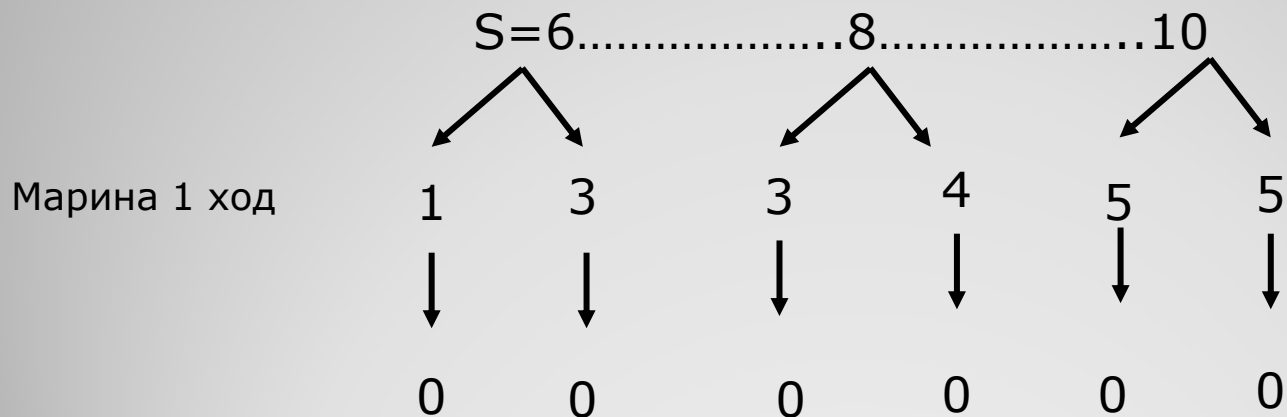
Игра в конфеты

задания Богданова Д.В.

1) Укажите такие значения S , при которых **Марина не может выиграть за один ход**, но при любом ходе Марины **Дарья может выиграть своим первым ходом**. Опишите выигрышную стратегию Дарьи.

Решение:

При $S \leq 5$ выигрывает Марина, поэтому рассмотрим позиции $6 \leq S \leq 10$.



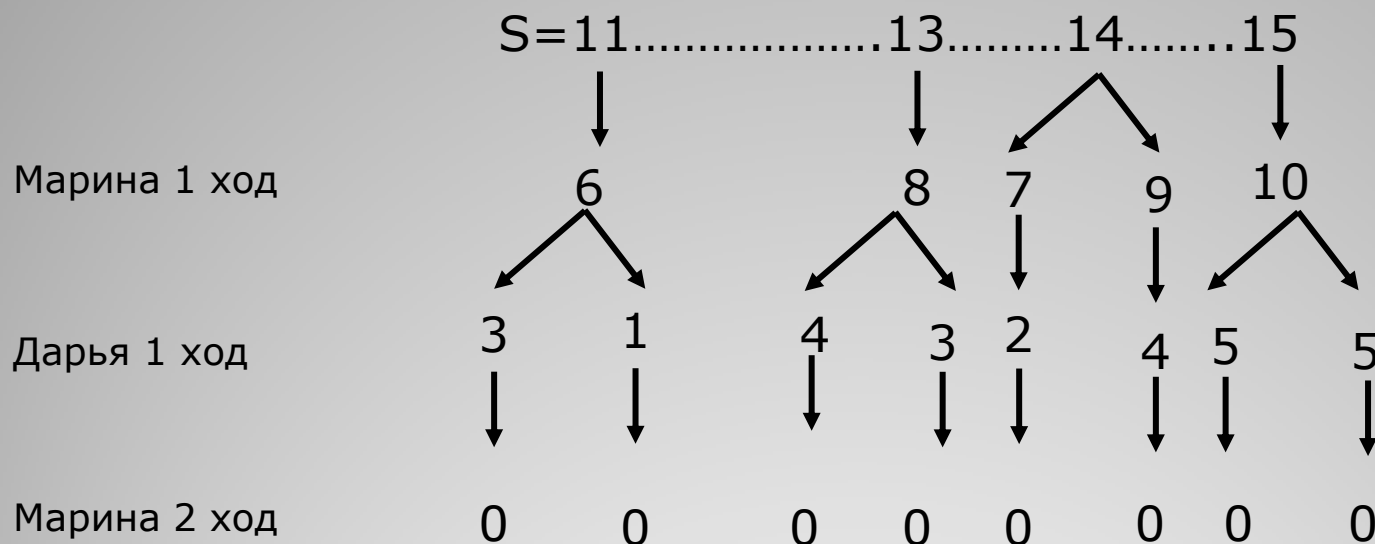
Игра в конфеты

задания Богданова Д.В.

Ответ на задание 1. При $6 \leq S \leq 10$ Своим **первым** ходом Марина может взять **5** или **половину** имеющихся конфет (если их **6, 8** или **10**), после чего на столе останется **не** более **5** конфет. Своим **первым** ходом Дарья заберёт **все** конфеты (**5** или **менее**) и выиграет. При $S < 6$ первым ходом выиграет Марина.

2) Укажите такие значения S , при которых у Марины есть выигрышная стратегия, причём Марина не может выиграть за один ход, но Марина может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Дарья. Для каждого из указанных значений S опишите выигрышную стратегию Марины.

Игра в конфеты задания Богданова Д.В.



Ответ на задание 2. При $11 \leq S \leq 15$ **или при** $S = 16, 18, 20$. При $11 \leq S \leq 15$ **первым** ходом Марина заберет **5**, **при** $S = 16, 18, 20$ заберет **половину** имеющихся конфет, после чего на столе останется **не** менее **6**, но **не** более **10** конфет. Данная ситуация рассмотрена в первом задании.

Игра в конфеты

задания Богданова Д.В.

3) Укажите такие значения S , при которых у Дарьи есть выигрышная стратегия, позволяющая ей выиграть вторым ходом при любой игре Марины.

Для наибольшего из подходящих значений S опишите выигрышную стратегию Дарьи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Дарьи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество оставшихся на столе конфет.

