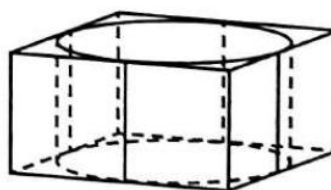
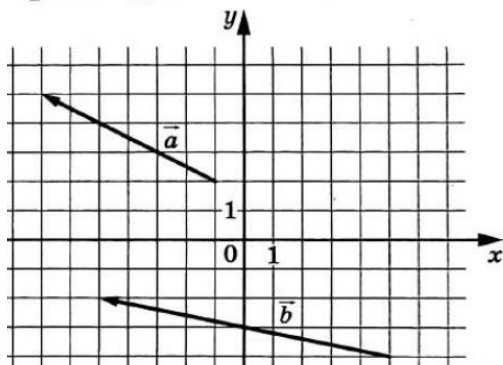


1 В тупоугольном треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 10$, высота AH равна $\sqrt{51}$. Найдите косинус угла ACB .

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



3 Цилиндр вписан в правильную четырёхугольную призму. Радиус основания и высота цилиндра равны 3. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

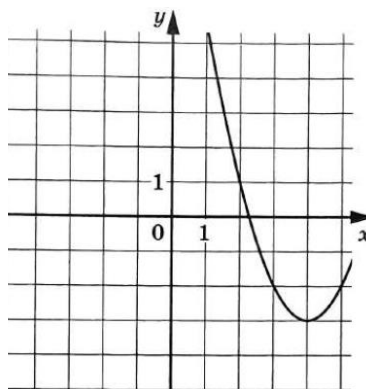
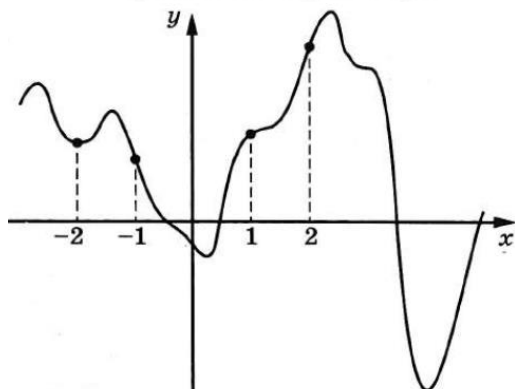
4 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30 % этих стёкол, вторая — 70 %, причём брак стёкол, изготовленных фабриками, составляет на первой фабрике 5 %, на второй — 4 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

6 Найдите корень уравнения $4^{5x+2} = 0,8 \cdot 5^{5x+2}$.

7 Найдите значение выражения $\frac{5\sin 61^\circ}{\sin 299^\circ}$.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 1, 2$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



к заданию 11

9 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

- 10 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 105 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 4 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

- 11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите $f(-5)$.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 3x + 9$ на отрезке $[0, 25; 30]$.

Часть 2

- 13 а) Решите уравнение $2\sin^3(\pi + x) = \frac{1}{2}\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

- 14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 16, высота SH равна 10. Точка K — середина бокового ребра SA . Плоскость, параллельная плоскости ABC , проходит через точку K и пересекает рёбра SB и SC в точках Q и P соответственно.

а) Докажите, что площадь четырёхугольника $BCPQ$ составляет $\frac{3}{4}$ площади треугольника SBC .

б) Найдите объём пирамиды $KBCPQ$.

- 15 Решите неравенство $(4^x - 5 \cdot 2^x)^2 - 20(4^x - 5 \cdot 2^x) \leq 96$.

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1125 тысяч рублей?

- 17 Точки A , B , C , D и E лежат на окружности в указанном порядке, причём $AE = ED = CD$, а прямые AC и BE перпендикулярны. Отрезки AC и BD пересекаются в точке T .

а) Докажите, что прямая EC пересекает отрезок TD в его середине.

б) Найдите площадь треугольника ABT , если $BD = 6$, $AE = \sqrt{6}$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x^2 - 4ax + 5a}$$
 имеет ровно один корень.

- 19 На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2022?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2021?

в) В тройке чисел первое число трёхзначное, а третье равно 2. Сколько существует таких троек?