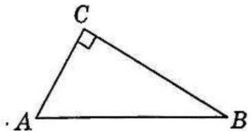
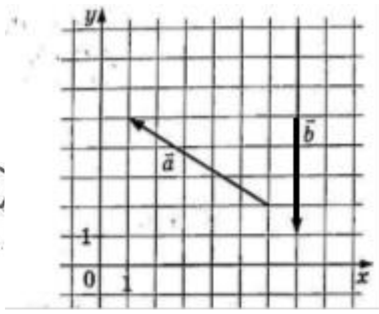
Вариант 4 2024 для С/р

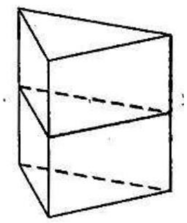
1 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AB = 12$, $\sin A = \dfrac{\sqrt{51}}{10}$. Найдите AC.



2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



3 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1900 см^3 воды и полностью погрузили в неё деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 20 см до отметки 22 см. Найдите объём детали. Ответ дайте в куб. см.



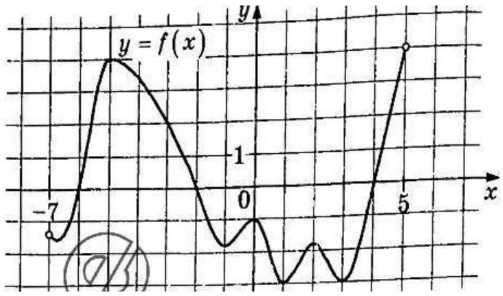
4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 9 пассажиров, равна 0,5. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 9 до 21 включительно.

5 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Монтёр». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую игру.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt{51 - 2x} = 5$.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{258 \sin 179° \cdot \cos 179°}{\sin 358°}$.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 5)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



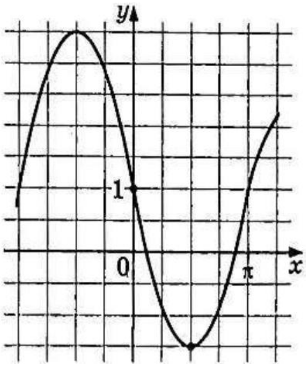
9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности Tr публикаций, а также качества Q сайта. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — втрое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A, при котором это условие будет выполняться.

10 Часы со стрелками показывают 10 часов 35 минут. Через сколько минут минутная стрелка во второй раз поравняется с часовой?



11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите a.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 12x - \ln(x+20)^{12}$ на отрезке $[-19{,}5;\ 0]$.

Часть 2

13 а) Решите уравнение $\dfrac{25\sin^2\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) - 24\cos(\pi - x)}{25\cos\left(\dfrac{5\pi}{2} + x\right) - 7} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 5\sqrt{2}$ и $BC = \sqrt{14}$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = 6$, $SB = \sqrt{86}$, $SD = 5\sqrt{2}$.

а) Докажите, что прямые SA и BD перпендикулярны.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD.

15 Решите неравенство $\log_{\sqrt{25x^2-110x+121}}(11-5x)^{10} - \log_7 49^{(5x-11)^2} \geq -40$.

16 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 20 % по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 12 млн рублей.

17 Точка P лежит на стороне AC равностороннего треугольника ABC. Окружность с диаметром BP пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Хорды MF и NE параллельны прямой BP. Отрезки FP и EP пересекают стороны AB и BC в точках T и S соответственно.

а) Докажите, что треугольники APT и CSP подобны.

б) Найдите отношение, в котором точка P делит отрезок AC, если площади треугольников APT и CSP относятся как 49 : 121.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{3x^3 - 2(a+6)x^2 + a(8+3a)x - 2a^3}{\sqrt{4-x+a}} = 0$$

имеет ровно одно решение.

19 Из натурального числа вычли сумму его цифр и получили натуральное число A.

а) Может ли A равняться 135?

б) Может ли A равняться 3978?

в) Найдите все натуральные числа, кратные 3, для которых $A = 41\,139$.

Вариант 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8,4	−21	190	0,36	0,25	13	129	0	7	85	−2,5	−228

13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\left(\pi-\arccos\frac{24}{25}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2},\ -\frac{3\pi}{2}$
14	б) $\arccos\frac{9}{20}$
15	$[1{,}2;\ 2),\ (2;\ 2{,}2),\ (2{,}2;\ 2{,}4),\ (2{,}4;\ 3{,}2]$
16	5 млн рублей
17	б) 1 : 5
18	$-12 < a \le -2,\ a = 0$
19	а) да; б) нет; в) 41 151; 41 154; 41 157