**5 класс**

1. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные цифры.

Все примеры решены верно, расшифруй их. **(3 балла)**

АБ + А = БВВ

С7 – 3К = 2С

Р4 – 3 М = 2Р

**Ответ:** Б=1; А=9; В=0; С=5; К=2; Р=6; М=8

1. Задача великого французского математика XVIII века Э. Безу.

По контракту работнику причитается по 48 франков за каждый отработанный день, а за каждый неотработанный день с него взыскивается 12 франков. Через 30 дней работник узнал, что ему ничего не причитается. Сколько дней работал работник в течение этих 30 дней? **(5 баллов)**

**Решение:**

48 : 12=4. Если после одного отработанного дня работник 4 дня не будет работать, то он как раз «заработает» 48 – 12 \* 4 = 0 франков. Т.е. за каждые 5 дней, проведенных таким образом, работник не будет ничего зарабатывать.

30 : 5 = 6, следовательно работник работал 6 дней (а 4 \* 6 =24 дня отдыхал).

**Ответ:** 6 дней.

1. В большой и дружной семье все мужчины носят одну фамилию, и разница в возрасте между отцом и сыном составляет 22 года. Правнука зовут Игорь Петрович. Его деда зовут Митрофан Тимофеевич. Как звали в детстве главу семьи и сколько ему лет, если Сереже, сыну Игоря, исполнилось 3 года? **(7 баллов)**

**Решение:**

**Тимофей 91 год**

М.Т. 69 лет

П.М. 47 лет

И.П. 25 лет

С.И. 3 года

**Ответ:** Тимофей 91 год

1. На прямой отметили несколько точек. Затем отметили середины отрезков, соединяющих соседние точки. Всего отмеченными оказались 137 точек. Сколько точек отметили вначале? **(7 баллов)**

**Решение:**

Пусть на прямой отметили х точек. Тогда отрезков, соединяющих соседние точки, х – 1, на них отметили х – 1 точек. Всего отмеченных точек 2х – 1. Имеем уравнение: 2х – 1 = 137. Отсюда х = 69.

**Ответ:** 69 точек.

1. Товарный поезд имеет длину 1 км и движется со скоростью 50 км/ч. За какое время он пройдёт тоннель длиной в 1 км? **(5 баллов)**

**Решение:**

Поезду предстоит пройти путь, равный сумме длин тоннеля и поезда, то есть 2 км. Он движется со скоростью 50 км/ч. Число 2 в 25 раз меньше 50. Поэтому на весь путь ему понадобится время, в 25 раз меньшее часа, то есть

60 мин.:25 или

3600 с : 25 = 144 с или 2 мин. 24 с.

Ответ: 2 мин 24 сек.

1. Когда патрульная машина группы захвата получила приказ о преследовании преступника, расстояние между нею и машиной преступника было 3 км. Машина преступника уходит от машины группы захвата со скоростью 75 км/ч, а машина группы преследует её со скоростью 80 км/ч. Какое расстояние будет между машинами через 6 мин.? **(5 баллов)**

**Решение:**

Патрульная машина каждый час может сокращать расстояние между собой и машиной преступников на 80 – 75 = 5 (км). 6 мин – это десятая часть часа, поэтому за 6 мин она сократит расстояние на 500 м. Расстояние между машинами через 6 мин составит 2 км 500 м.

1. Из поврежденной книги выпала часть сшитых вместе листов. Номер первой выпавшей страницы – 387. Номер последней записан теми же цифрами, но в ином порядке. Сколько листов выпало из книги? **(7 баллов)**

**Решение:**

Возможные номера последней страницы – 378, 738, 837, 873, 783. Так как каждый лист занумерован тремя числами, и первый лист начинается с нечётного номера, то вторая страница последнего занумерована чётным числом. Среди приведенных одно чётное число – 738 (378<387). Следовательно, количество выпавших листов равно

(738 -387):2 = 176.

**Ответ:** 176

1. На лесной поляне собрались друзья: Попугай, Удав, Слоненок, Теленок, Котенок, Мартышка и Верблюжонок. Попугай начал всех мерить. Оказалось, что Слоненок длиннее Теленка на 3 Попугая, Верблюжонок длиннее Мартышки тоже на 3 Попугая, Теленок длиннее Попугая на 7 Попугаев, Верблюжонок длиннее Котенка на 6 Попугаев, а все они укладываются в точности на Удаве, длина которого 38 Попугаев. Выразите длины друзей в Попугаях. **(5 баллов)**

**Решение:**

В одном Теленке 7+1=8 попугаев, тогда в Слоненке 8+3=11 попугаев. На Котенка, Мартышку и Верблюжонка остается 38-11-8-1=18 попугаев. Пусть Котенок будет х попугаев, тогда Верблюжонок х+6 попугаев, а Мартышка х+3.

Получаем уравнение:

х+х+3+х+6=18, х=3 попугая в Котенке,

6 попугаев в Мартышке

и 9 попугаев в Верблюжонке.

**Ответ:** Слоненок 11 п, Теленок 8 п, Мартышка 6 п, Верблюжонок 9 п, Котенок 3п.

,

**6 класс**

1. Мышке до норки 20 шагов. Кошке до мышки 5 прыжков. За один прыжок кошки мышка делает 3 шага. Один прыжок кошки равен10 шагам мышки. Догонит ли кошка мышку? Ответ обоснуйте. **(5 баллов)**

**Решение:**

Кошке до норки 5 + 20:10 = 7 прыжков. За 7 прыжков кошки мышка успеет сделать

7 \* 3 = 21 шаг, а до норки ей всего 20 шагов.

Следовательно, кошка не догонит мышку.

**Ответ**: не догонит мышку.

1. Вкладчик положил в два банка различные суммы денег. Через некоторое время он удвоил вклад в первом банке, в результате его общий вклад в два банка увеличился на 60%. Сколько процентов от первоначального суммарного вклада в оба банка составляет вклад во втором банке? **(5 баллов)**

**Решение:**

Пусть S1, S2 – суммы денег, положенные в два банка.

По условию, 2S1 + S2 = 1,6(S1 + S2). Отсюда 0,4S1 = 0,6S2 или S2 = 0,4(S1 + S2). Следовательно, вклад S2 составляет 40% от суммарного вклада S1 + S2.

**Ответ:** 40%

1. У известного американского изобретателя Томаса Алвы Эдисона (1847-1931) очень туго открывалась калитка на даче. Как-то друзья спросили, почему же он не может починить обыкновенную калитку. Томас ответил: «Я сделал от калитки привод к цистерне, и каждый, кто приходит ко мне, накачивает в нее 20 литров воды». Если бы каждый посетитель вместо 20 литров накачивал в цистерну 25 литров воды, то для заполнения цистерны понадобилось бы на 12 человек меньше. Сколько воды вмешает цистерна? **(5 баллов)**

**Решение:**

Известно, что понадобится на 12 человек меньше, следовательно, посетители должны совместно накачать на 12\*20=240 литров больше. Сколько человек должны накачивать на 25-20=5литров больше, чтобы вместе накачать на 240 л. больше?

240:5=48 человек. Итак, 48 человек заполнят цистерну, если будут накачивать по 25 литров. Тогда цистерна вмещает 48\*25=1200 литров.

**Ответ:** 1200 литров.

1. В классе 28 человек. Каждая девочка дружит с четырьмя мальчиками, а каждый мальчик – с тремя девочками. Кого в классе больше мальчиков или девочек и на сколько? **(7 баллов)**

**Решение:**

Пусть в классе х мальчиков и у девочек. Тогда х + у = 28. Из условия следует, что 4у = 3х (количества «дружб», подсчитанные с учётом друзей девочек и мальчиков, совпадают). Отсюда следует, что у делится на 3, а х на 4. Итак, х может равняться 4, 8, 12, 16, 20, 24. При этом у принимает соответственно значения 24, 20, 16, 12, 8, 4. Из этих значений на 3 делится 24 и 12. Но значения х = 4, у = 24 не удовлетворяют равенству 4у = 3х. Остаётся единственный возможный ответ: х = 16, у = 12.

**Ответ:** Мальчиков больше на 4

1. Организовывали поездку автобусами футбольных болельщиков на матч в другой город. Планировалось, в каждом автобусе разместить столько человек, сколько всего было автобусов. Десять автобусов и некоторое число болельщиков по разным причинам не прибыли к моменту отъезда. Поэтому в каждый автобус разместили дополнительно по 10 человек. Принимая во внимание, что на футбольные матчи такого класса обычно выделяют для иногородних болельщиков 3000 билетов. Определите, сколько болельщиков поехали на матч, если планировалось, что в этой поездке примет участие как можно большее число болельщиков. **(7 баллов)**

**Решение:**

Пусть планировалось х автобусов, в каждом из них планировалось разместить х болельщиков, всего планировалась поездка х2 болельщиков. Фактически автобусов было х – 10, и в каждом из них размещалось х + 10 болельщиков. Всего на матч поехало (х – 10)(х + 10) = х2 – 100 человек. Следовательно, не явилось 100 болельщиков. Ближайший к 3000 квадрат натурального числа – это число 2916 = 542. На матч поехало 2816 человек.

**Ответ**: на матч поехало 2816 человек.

1. Из поврежденной книги выпала часть сшитых вместе листов. Номер первой выпавшей страницы - 143. Номер последней записан теми же цифрами, но в ином порядке. Сколько листов выпало из книги? **(5 баллов)**

**Решение:**

Возможные номера последней страницы – 341, 314, 413, 431. Так как каждый лист занумерован двумя последовательными числами, и первый лист начинается с нечётного номера, то вторая страница последнего занумерована чётным числом. Среди приведенных одно чётное число – 314. Следовательно, количество выпавших листов равно (314 – 142):2 = 86.

**Ответ: 86 листов.**

1. a, b, c – три различные цифры. Если сложить все шесть трёхзначных чисел, образованных из этих цифр, не повторяя одну и ту же цифру дважды, то получим число 5328. Найдите эти цифры.
2.  Сумма последних цифр указанных трёхзначных чисел равна 2(a + b + c). Она может равняться 48, 38, 18 или 8. Учитывая первую цифру в сумме всех чисел, делаем вывод, что a + b + c = 24. Это уравнение можно получить, записав условие в таком виде: или 100а + 10b + c + 100a + 10c + b + 100b + 10а + c + 100b + 10c + а + 100c + 10а + b + 100c + 10b + а = 5328 или 222(а + b + c) = 5328 или a + b + c = 24. Следовательно, искомыми цифрами могут быть только 7, 8, 9. Непосредственным вычислением убеждаемся, что эти цифры удовлетворяют условию. 
3. 3.
4. 4. Можно ли определить семизначный номер телефона, если первые его четыре цифры одинаковы, последние три цифры тоже одинаковые, при этом сумма всех семи цифр равна двузначному числу, образованному из последней и первой цифр но-мера телефона?
5.  По условию, номер имеет вид и 4a + 3b равно либо , либо . Если 4a + 3b = = 10b + a или 3a = 7b, то а и b определяются однозначно: а = 7, b = 3. Если 4a + 3b = = 10а = b или 2b = 6а, или b = 3а, то номер не может быть определён однозначно, так как уравнение b = 3а во множестве чисел 1, …, 9 имеет три решения: а1 = 1, b1 = 3; а2 = 2, b2 = 6; а3 = 3, b3 = 9. 
6. 5. Петя предложил Мише фору при игре в «Морской бой», сказав, что оставит себе единственный одноклеточный корабль, а другие корабли Миша может считать потопленными.
7. 1) Как вы думаете, увеличатся ли Мишины шансы на выигрыш, если он примет Петино предложение?
8. 2) Попробуйте, сыграв несколько партий, проверить Вашу гипотезу.
9.  1) Мишины шансы на выигрыш уменьшатся, так как при наличии других кораблей уменьшается количество клеток, в которые нужно стрелять (при попадании в корабль клетки вокруг него исключаются из рассмотрения.
10. 2) Указание. Для проверки гипотезы нужно провести несколько десятков игр с форой и без неё. 
11. 6. Два фермера поставили на весы мешки с мукой. Весы показали, что массы мешков 50 кг и 40 кг. Когда они поставили на весы оба мешка, весы показали 100 кг.
12. - Как же так? – воскликнул первый. – 50 + 40 не равняется 100.
13. - Разве ты не видишь? – ответил второй. – Просто у весов сдвинута стрелка.
14. Так сколько же весили мешки на самом деле?
15.  Пусть х – ошибка измерения массы, вызванная сдвигом точки отсчёта. Тогда массы мешков 50 + х и 40 + х, а масса обоих мешков – 100 + х. Имеем уравнение:
16. 50 + х + 40 + х = 100 + х. Отсюда х = 10. Массы мешков 60 кг и 50 кг. 
17. Из решения этой задачи следует полезный практический совет. Чтобы проверить правильность весов, нужно на них взвесить два предмета вместе и по отдельности и сравнить общий веем с суммой весов.
18. 7. Автомобиль и велосипедист выехали одновременно из А в В. Треть пути велосипедист проехал быстрее, чем автомобиль две трети. Автомобиль, доехав до В, без остановки поехал обратно. Кто приедет раньше: автомобиль в А или велосипедист в В?
19.  Обозначим через S расстояние между А и В. Велосипедист проехал расстояние, равное S, а автомобиль – 2S. Так как велосипедист расстояние проезжает быстрее, чем автомобиль расстояние , то расстояние S он проедет быстрее, чемавтомобыль расстояние 2S, то есть велосипедист приедет в В раньше, чем автомобиль возвратится в А. 
20. 8. Среди девочек одного класса найдутся две девочки, отличающиеся цветом волос, а также две девочки, отличающиеся ростом. Докажите, что среди девочек этого класса найдутся две девочки, отличающиеся и цветом волос, и ростом.
21.  Разобьём всех девочек на две группы А и В так, чтобы все девочки группы А были выше девочек группы В. Из условия следует, что это можно сделать. Если две девочки, отличающиеся цветом волос, попали в разные группы, то доказывать нечего. Если же они попали в одну группу, то в другой группе есть девочка, у которой цвет волос отличается от цвета волос хотя бы одной из этих девочек. Следовательно, в разных группах есть девочки с разным цветом волос. 
22. 9. Жильцы пятнадцатиэтажного дома пользуются лифтом и для спуска и для подъёма. Если нет вызова и лифт свободен, то он автоматически направляется на некоторый определённый этаж. На какой этаж надо направлять лифт, чтобы среднее время ожидания лифта всеми жильцами было наименьшим?
23.  Будем предполагать, что время ожидания пропорционально количеству этажей, которые нужно преодолеть лифту, чтобы прибыть на вызов. Время ожидания лифта всеми жильцами будет наименьшим, если лифт будет находиться на среднем, то есть 8-м этаже. Действительно, если a – одно из чисел 1, …, 15, то справедливо неравенство |1 – a| + |2 – a| + … + |15 – a|  |1 – 8| + |2 – 8| + … +|15 – 8| = 50. В этом можно убедиться, рассматривая значения a = 1, a = 2, …, a = 15. На самом деле достаточно будет рассмотреть первые 8 значений (почему?). 
24. 10. Каждую грань куба можно покрасить белой или чёрной краской. Найдите число геометрически различных, то есть не совмещающихся при поворотах и параллельных переносах раскрасок куба.
25.  Все кубики с одной чёрной гранью неразличимы. Если две грани покрашены чёрной краской, а остальные – белой, то возможны две различные раскраски куба: одна, когда чёрной краской покрашены смежные грани, другая – когда противоположные грани. Покрасив ещё одну грань чёрной краской, получим снова две различные раскраски. Поменяв чёрную краску на белую и наоборот, получим аналогично ещё четыре различные раскраски. Всего получили 8 различных раскрасок куба двумя красками. Если к ним добавить раскраски куба одной краской (белой или чёрной), то получим всего 10 вариантов. 