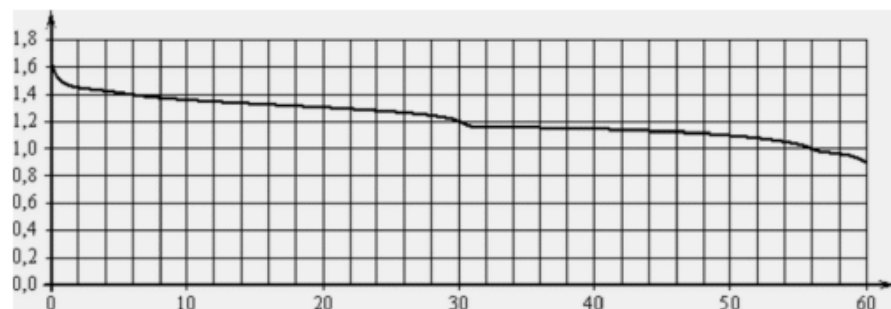


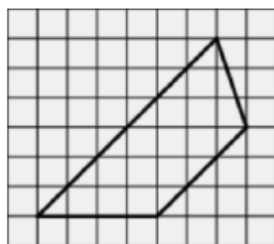
Вариант 13 книга 2

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 400 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение с 6-го по 56-й час работы фонарика.



3 Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

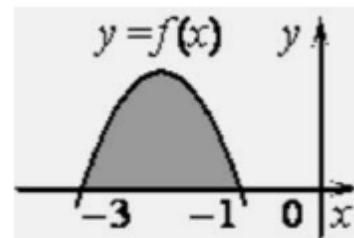
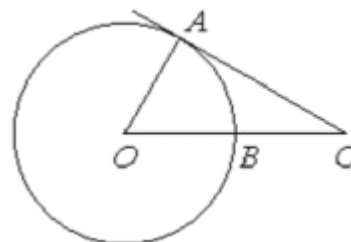


4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

5 Найдите корень уравнения

$$\log_{27} 3^{5x+5} = 2.$$

6 Угол ACO равен 27° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



7 На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 - \frac{9}{2}x + 3$ – одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.

8 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BD_1 = 2AD$. Найдите угол между диагоналями DB_1 и CA_1 . Ответ дайте в градусах.

9 Найдите значение выражения

$$4 \log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8.$$

10 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 13t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

11 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 14 \operatorname{tg} x - 28x + 7\pi - 2 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right].$$

13 а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8 \left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} \right) + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6; -4]$.

14 В треугольной пирамиде $PABC$ с основанием ABC известно, что $AB = 17$, $PB = 10$, $\cos \angle PBA = \frac{32}{85}$. Основанием высоты этой пирамиды является точка C . Прямые PA и BC перпендикулярны.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- б) Найдите объём пирамиды $PABC$.

15 Решите неравенство

$$(3^{x+1} + 3^{2-x})x \geq 28x.$$

16 Диагонали AC и BD четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, пересекаются в точке P , причём $BC = CD$.

- а) Докажите, что $AB:BC = AP:PD$.
- б) Найдите площадь треугольника COD , где O — центр окружности, вписанной в треугольник ABD , если дополнительно известно, что BD — диаметр описанной около четырёхугольника $ABCD$ окружности, $AB = 5$, а $BC = 5\sqrt{2}$.

17 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 160 000 рублей, а во второй год — 240 000 рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2 \sin x + \cos x = a$ имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

19 Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?
- б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 1000?
- в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 129.