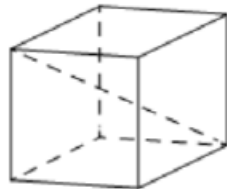
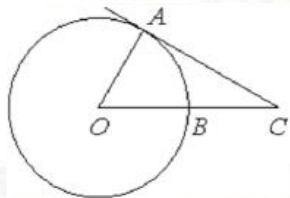
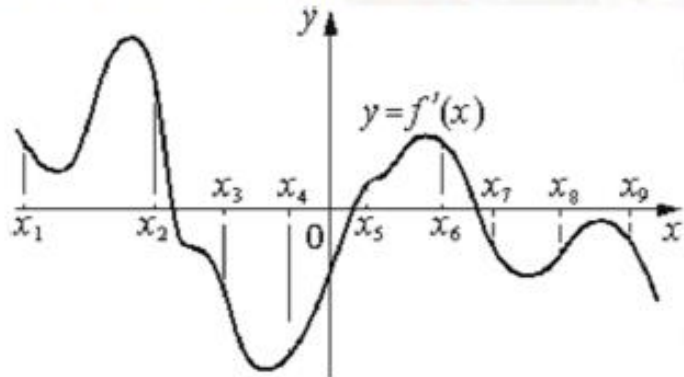


Вариант 23 2024

- 1 Угол ACO равен 27° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



- 2 Даны векторы $\vec{a}(1; 2)$, $\vec{b}(-3; 6)$ и $\vec{c}(4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
- 3 Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.
- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.
- 5 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».
- 6 Найдите корень уравнения $7^{-6-x} = 343$.
- 7 Найдите значение выражения $\log_7 12,25 + \log_7 4$.
- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции $f(x)$?



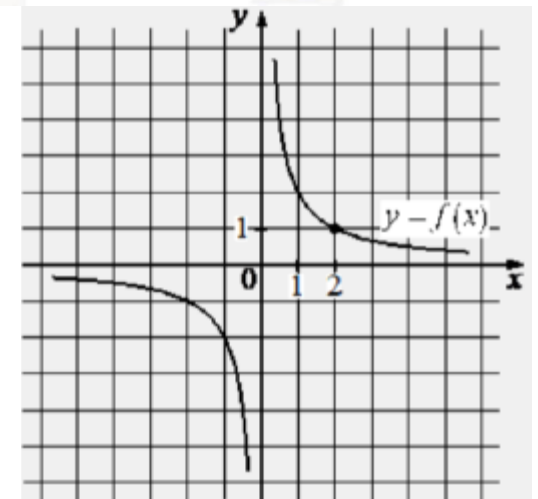
- 9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от 1 до 6.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что объективность публикаций ценится вдвое, а информативность – вчетверо дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr}{A}$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 1?

- 10 Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?
- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



- 12 Найдите точку максимума функции $y = (2x - 1) \cos x - 2 \sin x + 5$ принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Часть 2

- 13 а) Решите уравнение

$$4\cos^3 x + 3 \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 4$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 1 : 3$, где P – точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0.$$

16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

17 В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.

б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP : PN$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19 На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 1062.

а) Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?

б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?

в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?