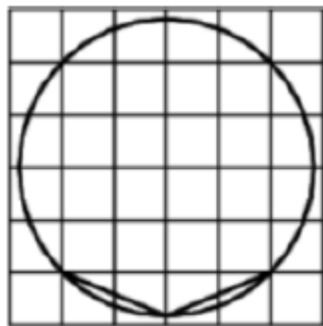
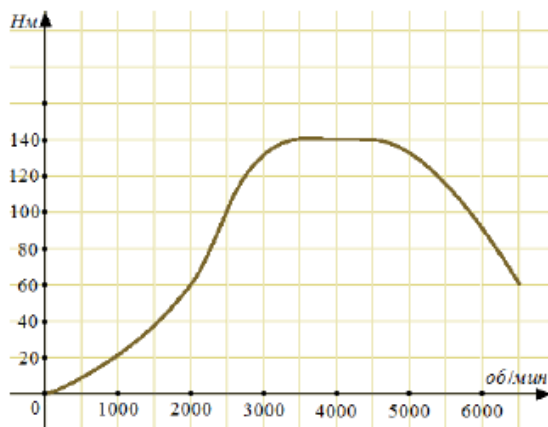


## Вариант 4 книга 2

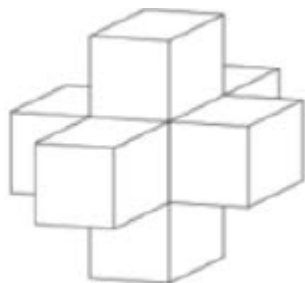
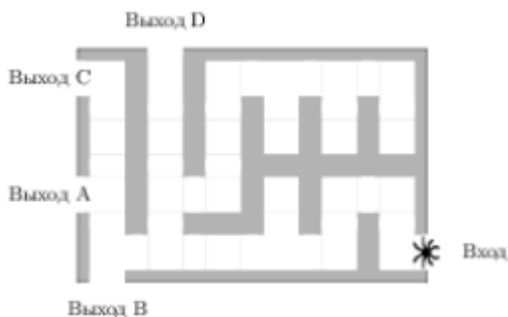
1 В общежитии института в каждой комнате можно поселить пятерых человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 89 иногородних студентов?

2 На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н · м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н · м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите его градусную величину.

4 На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу  $D$ .

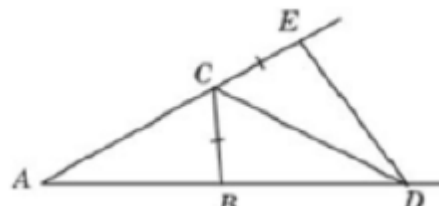


5 Найдите корень уравнения

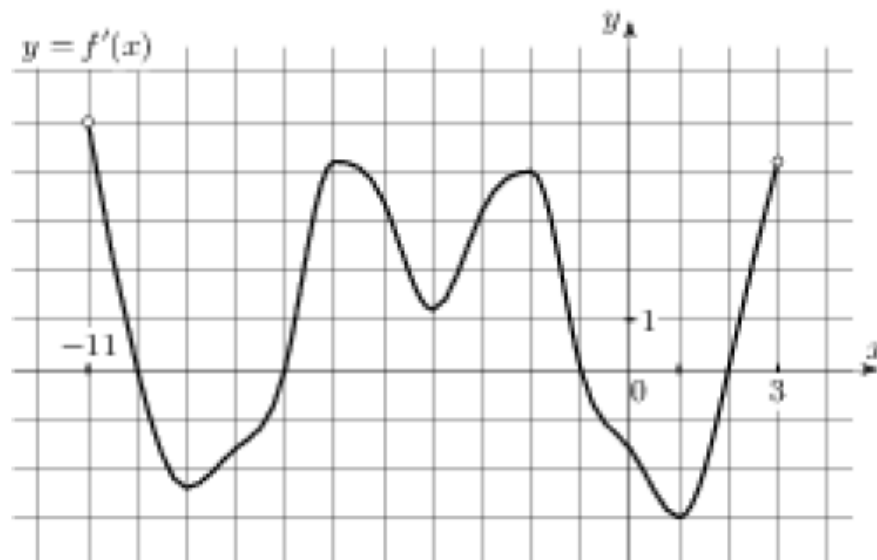
$$\operatorname{tg} \frac{\pi(x+6)}{3} = \sqrt{3}.$$

В ответе запишите наименьший положительный корень.

6 В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $17^\circ$ , угол  $B$  равен  $46^\circ$ ,  $CD$  – биссектриса внешнего угла при вершине  $C$ , причем точка  $D$  лежит на прямой  $AB$ . На продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  выбрана такая точка  $E$ , что  $CE = CB$ . Найдите угол  $BDE$ . Ответ дайте в градусах.



7 На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-11; 3)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



8 Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.

9 Найдите значение выражения

$$(5^{\log_5 7})^{\log_7 3}.$$

10 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , где  $\varepsilon$  — ЭДС источника (в вольтах),  $r = 1$  Ом — его внутреннее сопротивление,  $R$  — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания  $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? Ответ дайте в омах.

11 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 1000 метров, за 1 минуту 48 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

12 Найдите точку минимума функции

$$y = 9x^2 + 16x + 86.$$

13 а) Решите уравнение

$$|\cos x + \sin x| = \sqrt{2} \sin 2x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[3; 5]$ .

14 На рёбрах  $DD_1$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 10$ , а  $B_1 Q = 4$ . Плоскость  $A_1 P Q$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $A_1 P Q$ .

15 Решите неравенство

$$\frac{10^x - 2 \cdot 5^x - 25 \cdot 2^x + 50}{\sqrt{x+3}} \geq 0.$$

16 В прямоугольной трапеции  $ABCD$  с прямым углом при вершине  $A$  расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания  $AD$ , вторая — боковых сторон, меньшего основания  $BC$  и первой окружности.

- а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание  $AD$  в точке  $P$ . Докажите, что  $\frac{AP}{PD} = \sin D$ .  
б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны  $\frac{4}{3}$  и  $\frac{1}{3}$ .

17 В двух областях есть по 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда. Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 1 кг алюминия приходится 2 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 3|x+a| + |x^2 - x - 2|$$

меньше 2.

19 Множество чисел назовём *хорошим*, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.

- а) Является ли множество  $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$  хорошим?  
б) Является ли множество  $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$  хорошим?  
в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества  $\{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12\}$ ?