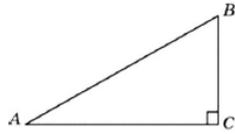
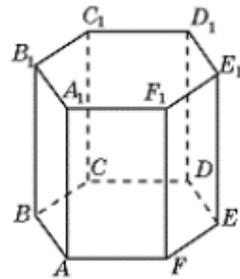
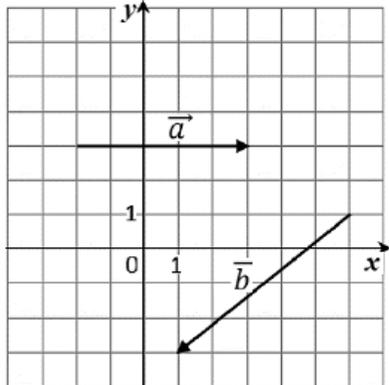


- 1] В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=10$, $AC=\sqrt{51}$. Найдите $\sin A$.



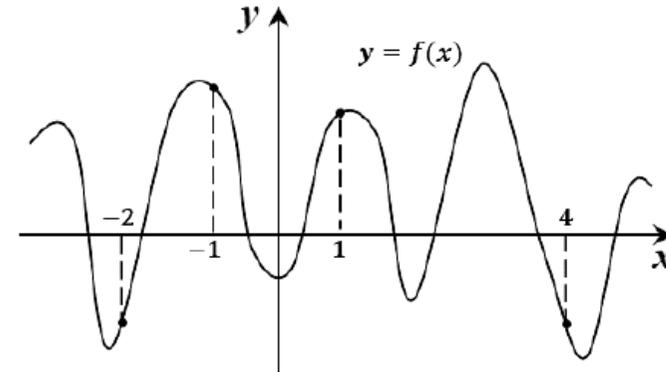
- 2] На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



- 3] Найдите объём многогранника $A_1B_1F_1A$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 15.
- 4] На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,32. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,3. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
- 5] При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,93. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,83. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.
- 6] Решите уравнение $\log_5(5 - x) = \log_5 3$

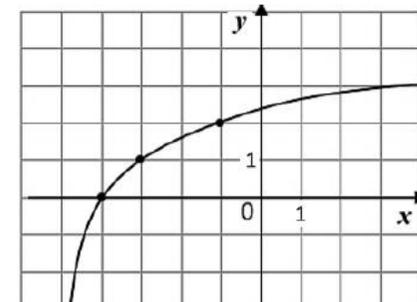
- 7] Найдите значение выражения $\frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}}$ при $b > 0$.

- 8] На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



- 9] При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах, $k = \frac{5}{3}$. Найдите какой объем V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p равном $3,75 \cdot 10^6 \text{ Па}$.
- 10] По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 50 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 1000 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 7 минутам 48 секундам. Ответ дайте в метрах.

- 11] На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 6$.



- 12) Найдите наибольшее значение функции $y = 15x - 3 \sin x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

- 13) а) Решите уравнение $7^{2\log_2(\sin x)} = \frac{7}{7^{\log_2(\sin x)}}$.
- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.
- 14) Дана правильная пирамида $SABCD$. Точка M находится на SD так, что $MS:SD=2:3$. Точка P середина AD . Точка Q середина BC .
- а) Доказать, что сечение пирамиды плоскостью MQP – равнобедренная трапеция.
- б) Найдите соотношение объемов многогранников, на которые плоскость MQP разбивает пирамиду.
- 15) Решите неравенство $4^{4x-x^2-1} - 12 \cdot 2^{4x-x^2-1} + 32 \geq 0$.
- 16) Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 20 млн рублей.
- 17) В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона FH лежит на стороне BC , а вершина E — на стороне AB .
- а) Докажите, что $FH = 2DH$.
- б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 2$.

- 18) Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$(4x - x^2)^2 - 4\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 4a$$

имеет хотя бы один корень.

- 19) На окружности некоторым способом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.
- а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?
- б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?
- в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?