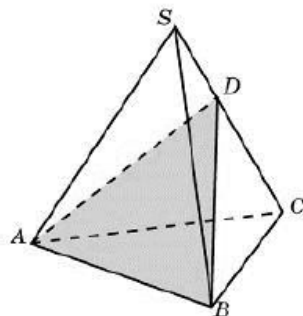


- 1 Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $7\sqrt{3}$.
- 2 Даны векторы $\vec{a}(-1; 3)$, $\vec{b}(4; 1)$ и $\vec{c}(2; c_0)$. Найдите c_0 , если $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$.

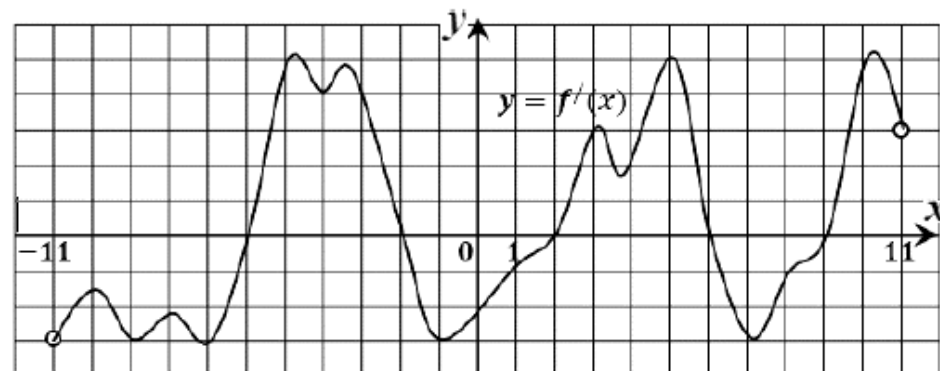


- 3 Объем треугольной пирамиды $SABC$ равен 15. Плоскость проходит через сторону AB основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке D , делящей ребро SC в отношении 1:2, считая от вершины S . Найдите объем пирамиды $DABC$.
- 4 Почти одновременно 10 человек, в том числе Андрей, заказали по телефону пиццу, все разных видов. Оператор перепутал 5 и 9 заказы. С какой вероятностью Андрею привезут его пиццу?
- 5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40% этих стёкол, вторая — 60%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

6 Найдите корень уравнения $\log_{25} 5^{2x-4} = 4$

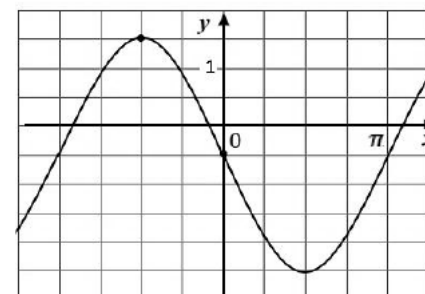
7 Найдите значение выражения
$$\frac{15 \cdot \sqrt[3]{24\sqrt{a}} - 20 \cdot \sqrt[4]{18\sqrt{a}}}{4 \cdot \sqrt[6]{12\sqrt{a}}}$$

- 8 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-10; 10]$.



- 9 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет неотрицательной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в кг., v — скорость движения ветерка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 160 см? Ответ выразите в м/с.

- 10 Товарный поезд каждую минуту проезжает на 450 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 1 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.



- 11 На рисунке изображен график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .

12] Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-7-6x-x^2}$

Часть 2

13] а) Решите уравнение $2\sqrt{3} \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(-2x) = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14] Точка M - середина ребра AA_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, в основании которой лежит треугольник ABC . Плоскость α проходит через точки B и B_1 перпендикулярно прямой C_1M .

а) Докажите, что одна из диагоналей грани ACC_1A_1 равна одному из ребер этой грани.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α , если плоскость α делит ребро AC в отношении 1:3, считая от вершины A , $AC = 10$, $AA_1 = 12$.

15] Решите неравенство

$$\log_4((x-5)(x^2-2x-15)) + 1 \geq 0,5 \log_2(x-5)^2$$

16] Вася взял кредит в банке на сумму 270 200 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 % оставшуюся сумму долга, а затем Вася переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Вася погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно втрое больше предыдущего. Какую сумму Вася заплатил в первый раз? Ответ дайте в рублях.

17] В трапеции $ABCD$ с основанием AD диагонали пересекаются в точке O , $AD = 2BC$. Через вершину A проведена прямая параллельная диагонали BD , а через вершину D проведена прямая параллельная диагонали AC , и эти прямые пересекаются в точке E .

а) Докажите, что $BO:AE = 1:2$.

б) Прямые BE и CE пересекают сторону AD в точках M и N соответственно. Найдите MN , если $AD = 10$.

18] Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a + \sqrt{6x - x^2 - 8} = 3 + \sqrt{1 + 2ax - a^2 - x^2}$$

имеет ровно один корень.

19] На доске написано несколько различных натуральных чисел. Дробная часть среднего арифметического этих чисел равна 0,32 (то есть если вычесть из среднего арифметического этих чисел 0,32, то получится целое число).

а) Могло ли на доске быть написано меньше 100 чисел?

б) Могло ли на доске быть написано меньше 20 чисел?

в) Найдите наименьшее возможное значение среднего арифметического этих чисел.