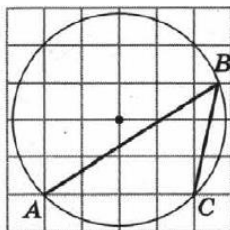
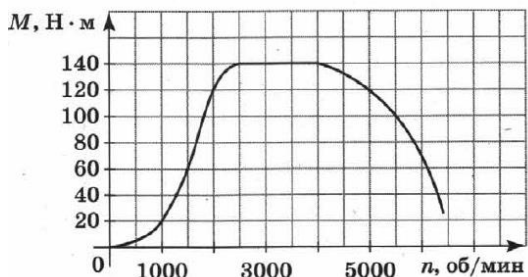


Вариант 5 Книга 5

1 Тетрадь стоит 18 р. При покупке более 100 тетрадей магазин делает скидку 5% от стоимости всей покупки. Сколько рублей покупатель заплатит за 150 тетрадей?

2 На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент (в ньютон-метрах). Скорость автомобиля (в километрах в час) приближённо выражается формулой $v = 0,036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$? Ответ дайте в километрах в час.



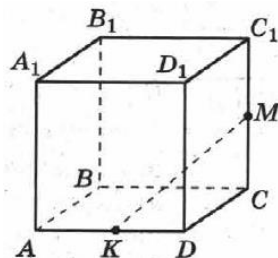
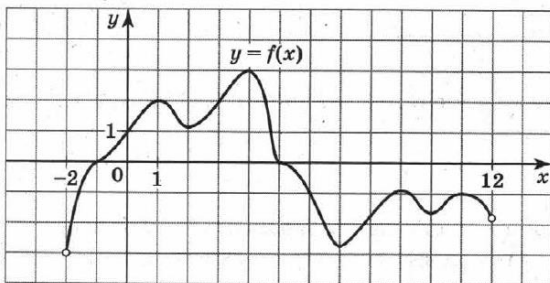
3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите величину этого угла в градусах.

4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше тринадцати задач, равна 0,79. Вероятность того, что он верно решит больше двенадцати задач, равна 0,85. Найдите вероятность того, что учащийся А. решит ровно 13 задач.

5 Найдите корень уравнения $x^2 - 10x + 16 + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x}$.

6 Две стороны треугольника равны 18 и 20. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 9. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 12)$. Укажите количество корней уравнения $f(x) = -2$, принадлежащих промежуткам возрастания функции $f(x)$.



8 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 6 вычислите квадрат расстояния между точками K и M — серединами сторон AD и CC_1 соответственно.

9

Найдите численное значение выражения $\frac{\sin 23^\circ + \cos 34^\circ}{\sin 157^\circ - \cos 146^\circ}$.

10

Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 12 \text{ с}$ — период колебаний, $v_0 = 1 \text{ м/с}$. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в килограммах), v — скорость груза (в метрах в секунду). Найдите кинетическую энергию груза через 5 с после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

11

Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ из 60 деталей на 3 ч быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

12

Найдите наименьшее значение функции $y = 6x - x^2 + 1$ на отрезке $[2; 5]$.

13

а) Решите уравнение $x^2 + 4|x - 3| - 7x + 11 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[3; 4]$.

14

В основании пирамиды лежит параллелограмм со сторонами 8 и 10, а его большая диагональ равна $2\sqrt{73}$. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 4.

а) Докажите, что две боковые грани являются прямоугольными треугольниками.

б) Найдите площади двух других боковых граней.

15

Решите неравенство $x^3 + 9x^2 + 8 - \frac{8x^3 - 73x^2}{2(x-5)} \leq \frac{(4x+1)^2 - 41}{x-5}$.

16

На сторонах AB , BC и AD соответственно квадрата $ABCD$ взяты точки M , K и N , такие, что $AM : MB = 3 : 1$, $BK : KC = 2 : 1$ и $AN : ND = 1 : 2$.

а) Докажите, что площадь четырёхугольника $MKCN$ составляет $\frac{11}{24}$ площади квадрата $ABCD$.

б) Найдите синус угла между диагоналями четырёхугольника $MKCN$.

17

Фирма планирует взять в январе кредит на целое число миллионов рублей на четыре года на следующих условиях:

— в июле каждого года действия кредита долг фирмы возрастает на 10% по сравнению с началом года;

— в конце 1-го и 3-го годов фирма выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год;

— в конце 2-го и 4-го годов фирма выплачивает одинаковые суммы, погашая к концу 4-го года весь долг полностью.

Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат фирмой превысит 100 млн р.

18

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x-1|-2)^2 + (|y|-2)^2 = 4 \\ |x-4| + |y| = a^2 \end{cases}$$

имеет нечётное число решений.

19

В коробке находится 80 шариков нескольких цветов. Среди любых тринадцати шариков, выбранных наугад, обязательно окажется четыре шарика одного цвета.

- а) Обязательно ли среди шариков в коробке имеется 20 шариков одного цвета?
- б) Какое наименьшее число шариков может находиться в аналогичной коробке (т. е. в коробке, для которой выполняется условие задачи об обязательном присутствии четырёх шариков одного цвета среди любых тринадцати, выбранных наугад), и в общем случае можно было утверждать, что в коробке имеется 19 шариков одного цвета?
- в) Какое наибольшее число шариков может находиться в аналогичной коробке (т. е. в коробке, для которой выполняется условие задачи об обязательном присутствии четырёх шариков одного цвета среди любых тринадцати, выбранных наугад), для которого в общем случае можно утверждать, что наибольшее число шариков одного цвета в коробке равно 21?