

Решение 19 задания ЕГЭ по математике (профиль)

Номер задания	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.)
19	<p>Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи</p>	В	4	40 мин.

Типы заданий в 19 (числа и их свойства):

- ✓ Числа и их свойства
- ✓ Числовые наборы на карточках и досках
- ✓ Последовательности и прогрессии
- ✓ Сюжетные задачи: кино, театр, мотки верёвки

Алгоритм решения задания №19 в профильном ЕГЭ по математике 2024 (числа и их свойства):

1. Анализ условия задачи.
2. Выделение ключевых моментов.
3. Применение теоретических знаний.
4. Решение уравнений/неравенств.
5. Логический анализ.
6. Проверка ответа.

Реальные задачи ЕГЭ последних лет

Аналог ЕГЭ 2023 (основная волна)

На доске написано трёхзначное число A . Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B , затем Коля записывает число A и зачеркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C .

- а) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $A > 140$?
- б) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?
- в) Найдите наибольшее число A до 900, для которого выполняется $A = B \cdot C$.

На доске написано трёхзначное число A . Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B , затем Коля записывает число A и зачёркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C .

а) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $A > 140$?

б) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?

в) Найдите наибольшее число A до 900, для которого выполняется $A = B \cdot C$.

Решение:

а) $A = 625, B = 25, C = 25, 625 = 25 \cdot 25$

$$A = 150, B = 15, C = 10, \quad 150 = 15 \cdot 10$$

б) $440 \leq A < 500, \quad A = B \cdot C \geq 40 \cdot 40 = 1600 > 500$

На доске написано трёхзначное число A . Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B , затем Коля записывает число A и зачеркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C .

- а) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $A > 140$?
б) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?
в) Найдите наибольшее число A до 900, для которого выполняется $A = B \cdot C$.

Решение:

в) $A = 810, B = 81, C = 10, B \cdot C = 81 \cdot 10 = 810 = A$

Пусть $A = \overline{8bc}$. Тогда заметим, что если оба мальчика зачеркнули b или c , то $B \cdot C \geq 6400$. Такое нам не подходит. Значит, один из мальчиков вычеркнул первую цифру, пусть это был Серёжа.

Так как по условию получаемые после зачеркивания числа двузначные, то $b \geq 1$. Тогда имеем:

$$B = \overline{bc} = 10b + c$$

Оценим $B \cdot 80$:

$$B \cdot 80 = (10b + c) \cdot 80 = 800b + 80c \geq 800$$

Тогда если Коля не вычеркнул первую цифру, то $b = 1$.

Значит, $A = \overline{81c}$. Тогда c может равняться только 0. Получили наш пример.

Пусть оба мальчика вычеркнули первую цифру. Тогда $B = C = \overline{bc}$. Значит, $A = B^2$.

Если $A < 900$, то $B < 30$. Нам надо найти $A > 810$. Тогда $B > 28$, так как $28^2 = 784$. Значит, $B = 29$. Но тогда $A = 841$, что невозможно, так как 841 не оканчивается на 29.

Таким образом, 810 — наибольшее возможное A .

Реальные задачи ЕГЭ последних лет

Аналог ЕГЭ 2023 (основная волна)

На доске написано трёхзначное число A . Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B , затем Коля записывает число A и зачеркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C .

- а) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $A > 140$?
- б) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?
- в) Найдите наибольшее число A до 900, для которого выполняется $A = B \cdot C$.

Ответ

- а) Да, может
- б) Нет, не может
- в) 810

Реальные задачи ЕГЭ последних лет

Аналог ЕГЭ 2023 (основная волна)

Из пары натуральных чисел $(a;b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b;a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару, большее число в которой равно 200?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару $(408;370)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(408;370)$?

Из пары натуральных чисел $(a;b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b;a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару, большее число в которой равно 200?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару $(408;370)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(408;370)$?

Решение:

$$\text{а) } (50; 9) \longrightarrow (59; 41) \longrightarrow (100; 18) \longrightarrow (118; 82) \longrightarrow (200; 36)$$

б) $(a; b)$, где $a > b$,

$$(a; b) \longrightarrow (a + b; a - b) \longrightarrow (2a; 2b)$$

$$2^k \quad (50; 9) \quad (2^k \cdot 50; 2^k \cdot 9)$$

$$(50; 9) \rightarrow (59; 41) \quad 2^{k+1} \quad (2^k \cdot 59; 2^k \cdot 41)$$

Число 408 не равно ни $2^k \cdot 50$, ни $2^k \cdot 59$.

Из пары натуральных чисел $(a;b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b;a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару, большее число в которой равно 200?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару $(408;370)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(408;370)$?

Решение:

в) Заметим, что числа любой пары, которую мы можем получить, одной четности: если изначально a и b разной четности, то $a+b$ и $a-b$ — нечетные; если a и b одной четности, то $a+b$ и $a-b$ — четные.

Теперь поймем, из какой пары можно было получить пару $(408;370)$. Пусть $(a+b;a-b) = (c;d)$. Тогда

$$a = \frac{c+d}{2}, b = \frac{c-d}{2}.$$

Таким образом, пару $(408;370)$ можно было получить только из пары $(389;19)$. Ее в свою очередь можно было получить только из пары $(204;185)$.

Заметим, что числа в паре $(204;185)$ разной четности, значит, такую пару нельзя было получить с помощью операции из условия. Тогда наименьшее число a в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(408;370)$, равно 204.

Реальные задачи ЕГЭ последних лет

Аналог ЕГЭ 2023 (основная волна)

Из пары натуральных чисел $(a;b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a+b;a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару, большее число в которой равно 200?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(50;9)$ пару $(408;370)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(408;370)$?

Ответ

а) Да

б) Нет

в) 204

Спасибо за внимание!