

# Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 8

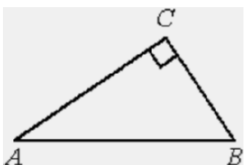
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

**1** Найдите корень уравнения  $\log_7(1 - x) = \log_7 5$ .

**2** Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

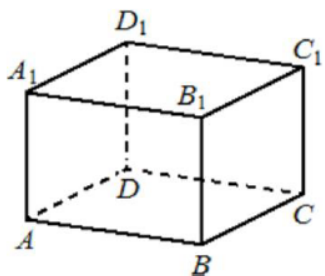
**3** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 12$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$ . Найдите  $AB$ .



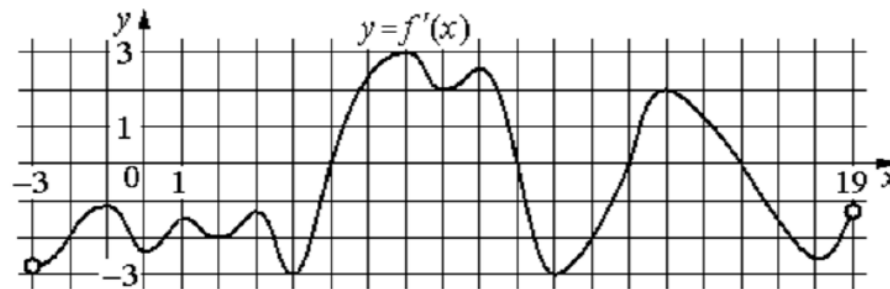
**4** Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[15]{5} \cdot 5 \cdot \sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$$

**5** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 4$ ,  $AA_1 = 3$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, A_1, B_1$ .



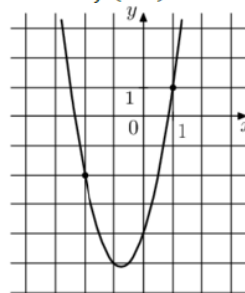
**6** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 19)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-2; 15]$ .



**7** В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет  $R_1 = 60$  Ом. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого  $R_2$  (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление вычисляется по формуле  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

**8** Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 4 часа, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 22:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 8 км/ч.

**9** На рисунке изображён график функции  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-5)$ .



**11** Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 4e^x + 4$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

**10** Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стекол, вторая – 75%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая – 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

13 Сечением прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $\alpha$ , содержащей прямую  $BD_1$  и параллельной прямой  $AC$ , является ромб.

- а) Докажите, что грань  $ABCD$  – квадрат.  
 б) Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $BCC_1$ , если  $AA_1 = 6$ ,  $AB = 4$ .

14 Решите неравенство

$$\frac{1}{3^x - 1} + \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 3^{x+3} + 3}{3^x - 9} \geq 3^{x+1}.$$

15 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

| Дата                | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Долг (в млн рублей) | 1     | 0,6   | 0,4   | 0,3   | 0,2   | 0,1   | 0     |

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

16 В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  – середины гипотенузы  $AB$  и катета  $BC$  соответственно. Биссектриса угла  $BAC$  пересекает прямую  $MN$  в точке  $L$ .

- а) Докажите, что треугольники  $AML$  и  $BLC$  подобны.  
 б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если  $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$ .

17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{1-x}(a - x + 2) = 2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку  $[-1; 1)$ .

18 Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.  
 б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?  
 в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**