Задание 1

Докажите, что сумма n^2+3n+4 ни при каком целом n не делится на 49.

Задание 2

При каких значениях x параметра a наименьшее значение функции $y=x^2-2ax+45$ на $[-3;\infty)$ равно 9.

Задание 1

Решение:

Допустим противное: существует такое целое n, что число n^2+3n+4 делиться на 49. Тогда выполняется равенство $n^2+3n+4=49k, k\in Z$. Рассмотрим это равенство, как квадратное относительно n.

$n^2+3n+4-49k=0(1)$

$D=9-4(4-49k)=4\cdot 49k-7$

Чтобы уравнение (1) имело целые корни, $D=a^2$, т.е. $4\cdot 49k-7=a^2$.

Левая часть этого равенства делится на 7, значит и правая (a^2) должна делится на 7, тогда и a делится на 7, т.е. $a^2=(7l)^2, l\in Z$.

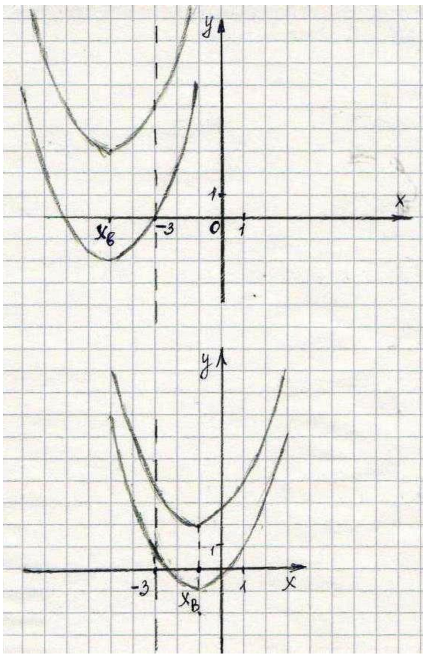
Получаем $4\cdot 49k-7=49l^2, k\in Z, l\in Z.$ Получаем противоречие: правая часть делиться на 49, а левая нет.

Ответ: сумма n^2+3n+4 ни при каком целом n не делится на 49.

Задание 2

Решение:

Графиком функции $y=x^2-2ax+45$ является парабола, ветви которой направлены вверх. На $[-3;\infty)$ имеется две возможности для расположения вершины параболы $(x_в=a)$



1) $x_в=a<$ -3, тогда наименьшее значение функции $y=x^2-2ax+45$ достигается в точке x = -3.

$y(-3)=9+6a+45=9,$

$6a+45=0,$

$a=-\frac{45}{6}=-7\frac{1}{2}<-3.$

2) $x_в\geq$ -3 . Тогда наименьшее значение функции на $[-3;\infty)$ достигается при $x = a$.

$y(a)=a^2-2a^2+45=9,$

$a^2=36,$

$a=\pm 6,$

но a > -3, поэтому a = 6.

Ответ: $a=-7\frac{1}{2}, a=6$