

Вариант 9_2023, ЕГЭ Профиль

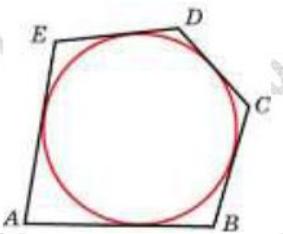
1 часть

1. Найдите корень уравнения

$$\sqrt{\frac{5}{3x-7}} = \frac{1}{2}$$

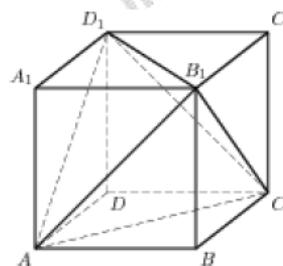
2. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «A = сумма очков равна 5»?

3. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.

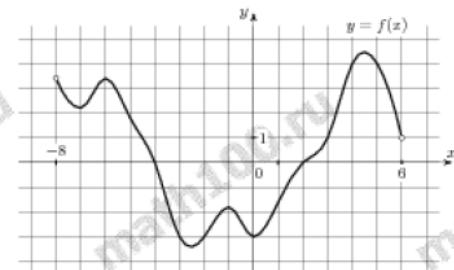


4. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$

5. Объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 4,5. Найдите объем треугольной пирамиды AD_1CB_1 .



6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

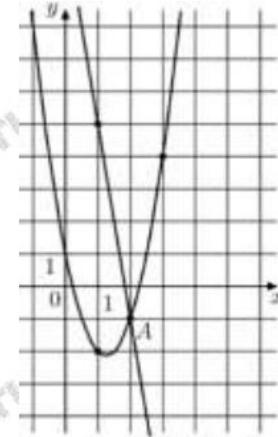


7. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где

$v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

8. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -6x + 11$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



10. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

11. Найдите наибольшее значение функции

$$y = -\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x + 1 \text{ на отрезке } [1; 9]$$

$$\frac{2\cos^2 x + 3\sin x - 3}{\cos x} = 0$$

12. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

13. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причем BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.

14. Решите неравенство:

$$\log_2^2(4 + 3x - x^2) + 6\log_{0,5}(4 + 3x - x^2) < -8.$$

15. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

16. На катете BC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом при вершине C и с углом 30° при вершине A вне треугольника построен равносторонний треугольник BCD . Прямая AD пересекает сторону BC в точке K .

а) Докажите, что $CK : KB = 1 : 2$.

б) Прямая, проходящая через точку K перпендикулярно CD , пересекает гипotenузу AB в точке M . Найдите отношение $AM : MB$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_3(9^x + 9a) = x$$

имеет два различных корня.

18. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?

б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?

в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?