

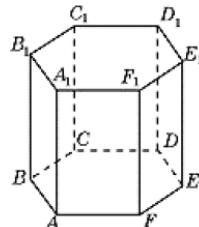
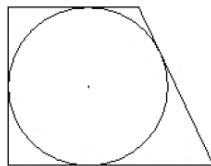
### Вариант 3\_2023, ЕГЭ Профиль

#### 1 часть

1 Найдите корень уравнения:  $8^{3-2x} = 0,64 \cdot 10^{3-2x}$

2 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,53. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,65. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

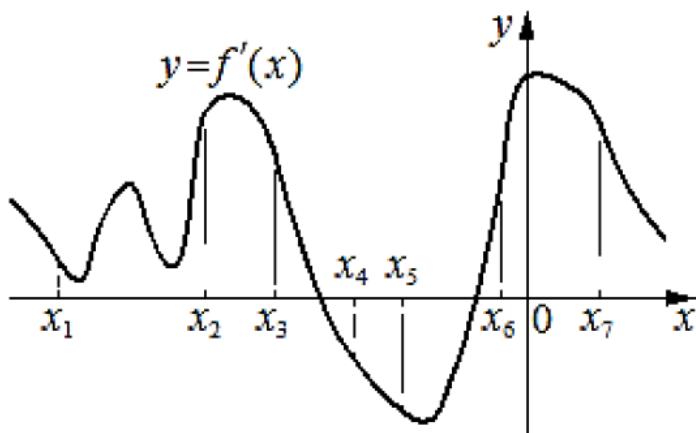
3 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 50, её большая боковая сторона равна 12. Найдите радиус окружности.



4 Найдите значение выражения:  $\log_2 \sqrt{5} \left( \frac{1}{5} \right)$

5 Найдите объём многогранника  $A_1B_1F_1A$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ , площадь основания которой равна 30, а боковое ребро равно 9.

6 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено семь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



7

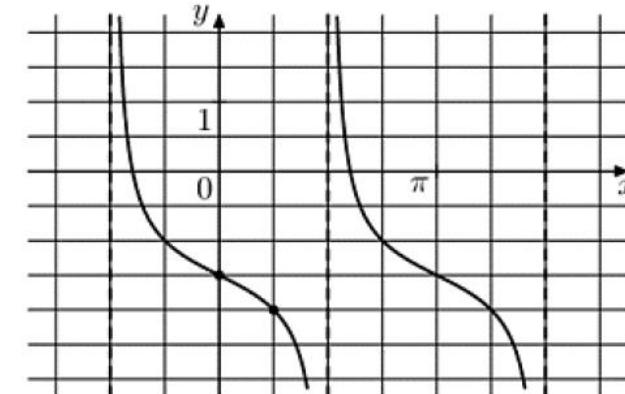
Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$ , частота  $\omega = 120^\circ/c$ , фаза  $\varphi = 60^\circ$ . Датчик настроен так, что, если напряжение в нем не ниже, чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

8

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 12 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 96 км/ч, и через 36 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

9

На рисунке изображен график функции  $f(x) = a \operatorname{tg} x + b$ . Найдите  $a$ .



10

В викторине участвует 15 команд. Все команды разной силы, и в каждой выигрывает та команда, которая сильнее. В первом раунде встречаются две случайно выбранные команды. Ничья невозможна. Проигравшая команда выбывает из викторины, а победившая команда играет со следующим случайно выбранным соперником. Известно, что в первых 8 играх победила команда А. Какова вероятность того, что эта команда выиграет девятый раунд?

11

Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 324}{x}$

12

а) Решите уравнение  $\frac{\cos 2x - \sqrt{2} \sin x - 1}{\tg x - 1} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

13

Плоскость  $\alpha$  проходит через середину ребра  $AD$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$  равен углу между прямыми  $BB_1$  и  $B_1D$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$ , если объём параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  равен  $48\sqrt{3}$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$  и  $AD = 6$ .

14

Решите неравенство  $\log_{0,25}(\log_3(x^2 - 1) - 1) \geq -\frac{1}{2}$

15

В регионе А среднемесячный доход на душу населения в 2016 году составлял 36450 рублей и ежегодно увеличивался на 20%. В регионе Б среднемесячный доход на душу населения в 2016 году составлял 50000 рублей. В течение трех лет суммарный доход жителей региона Б увеличивался на 13,4% ежегодно, а население увеличивалось на  $m\%$  ежегодно. В 2019 году среднемесячный доход на душу населения в регионах А и Б стал одинаковым. Найдите  $m$ .

16

В параллелограмме  $ABCD$  расположены две равные непересекающиеся окружности. Первая касается сторон  $AD$ ,  $AB$  и  $BC$ , вторая — сторон  $AD$ ,  $CD$  и  $BC$ .

а) Докажите, что общая внутренняя касательная  $l$  окружностей проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$ .

б) Пусть  $ABCD$  — прямоугольник, а прямая  $l$  касается окружностей в точках  $M$  и  $N$ . Найдите площадь четырёхугольника с вершинами в точках  $M$ ,  $N$  и в центрах окружностей, если  $AD = 36$ , а расстояние между центрами окружностей равно 20.

17

Найдите значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{6}{x} - 5 \right| = ax - 1$$

на промежутке  $(0; \infty)$  имеет более двух корней.

18

а) Существует ли делящееся на 11 трёхзначное число, вторая цифра которого равна произведению двух других его цифр?

б) Существует ли делящееся на 11 трёхзначное число, сумма всех цифр которого равна 9?

в) Найдите наибольшее делящееся на 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Ответ обоснуйте.