Решение линейных и квадратных уравнений, систем линейных уравнений (на примерах задания № 20 ОГЭ)

Подготовила:
Савенкова Н.А., учитель математики
МБОУ СОШ №10 с УИОП

Задание №20 включает в себя следующие разделы:

- Алгебраические выражения
- Уравнения
- Системы уравнений
- Неравенства
- Системы неравенств

Основные проверяемые требования к математической подготовке:

Умение выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом.

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	***Максимальный балл***

Типичные ошибки

- Ошибки при раскрытии скобок, используя формулы сокращенного умножения.
- Отсутствие ОДЗ, либо проверки корней.
- Ошибки при решении квадратных уравнений (желательно всегда писать формулу)
- Извлечение корней квадратного уравнения (потеря корня)
- Использование символики (уравнения объединяют системой и в ответ записывают как для системы, а не уравнения)
- При введении новой переменной забывают вернуться к исходным неизвестным.
- Вычислительные ошибки.
- Отсутствие ответа.

Задание 20. Решить уравнение. (ошибки при оформлении)

1. При решении квадратного уравнения через дискриминант многие учащиеся пишут : $D=2^2-4\cdot1\cdot(-2)=12=2\sqrt{3}$ - это недопустимая ошибка при оформлении. Вывод: ноль баллов.

2. При решении уравнений учащиеся часто используют замену $x^2=t$ и добавляют условие $t>0$. Это неверно, так как должно быть $t\geq0$. Вывод: ноль баллов.

3.При решении, например, уравнения $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$ учащиеся часто забывают указать ОДЗ ($x\leq3$). Но в конце решения пишут, что полученный корень $x=4$ не подходит по условию (не прописывая его).За такое решение тоже ставится ноль баллов.

4.Предположим, что при решении ученик получил следующее уравнение $x(x-2)=0$. Недопустимой ошибкой считается следующее оформление $x=0$ и $x=2$. (Правильно: $x=0$ или $x=2$). Вывод: ноль баллов.

ОГЭ 2024. Все виды уравнений из банка ФИПИ по №20.

БЛОК №1

№1 $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}-3=0$

№2 $\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x}-10=0$

№3 $\frac{1}{(x-3)^2}-\frac{3}{x-3}-4=0$

№4 $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{4}{x-1}-12=0$

№5 $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$

№6 $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{2}{x-1}-3=0$

БЛОК №2

№1 $x\left(x^2+2x+1\right)=2\left(x+1\right)$

№2 $\left(x-1\right)\left(x^2+4x+4\right)=4\left(x+2\right)$

№3 $x\left(x^2+6x+9\right)=4\left(x+3\right)$

№4 $x\left(x^2+2x+1\right)=6\left(x+1\right)$

№5 $\left(x-2\right)\left(x^2+2x+1\right)=4\left(x+1\right)$

№6 $\left(x-1\right)\left(x^2+6x+9\right)=5\left(x+3\right)$

БЛОК №3

№1 $(x+1)^4+(x+1)^2-6=0$

№2 $(x+3)^4+2(x+3)^2-8=0$

№3 $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$

№4 $(x-2)^4-(x-2)^2-6=0$

№5 $(x+4)^4-6(x+4)^2-7=0$

№6 $(x+2)^4+(x+2)^2-12=0$

БЛОК №4

№1 $x^3+3x^2=16x+48$

№2 $x^3+4x^2=4x+16$

№3 $x^3+6x^2=9x+54$

№4 $x^3+3x^2=4x+12$

№5 $x^3+7x^2=4x+28$

№6 $x^3+4x^2=9x+36$

БЛОК №5

№1 $x^4 = (x-20)^2$

№2 $x^4 = (2x-15)^2$

№3 $x^4 = (4x-5)^2$

№4 $x^4 = (2x-8)^2$

№5 $x^4 = (3x-4)^2$

№6 $x^4 = (x-2)^2$

БЛОК №6

№1 $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$

№2 $x^2 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$

№3 $x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$

№4 $x^2 - 3x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 10$

№5 $x^2 - 3x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 18$

№6 $x^2 - 2x + \sqrt{4-x} = \sqrt{4-x} + 15$

БЛОК №7

№1 $(x^2-25)^2 + (x^2+3x-10)^2 = 0$

№2 $(x^2-16)^2 + (x^2+x-12)^2 = 0$

№3 $(x^2-1)^2 + (x^2-6x-7)^2 = 0$

№4 $(x^2-4)^2 + (x^2-6x-16)^2 = 0$

БЛОК 1

Пример 1.1. Решите уравнение: $\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x}-40=0$.

ОДЗ: $x \neq 0$

1) пусть $\frac{1}{x}=t$, тогда уравнение принимает вид:

$t^2+6t-40=0$

$D=6^2-4\cdot1\cdot(-40)=36+160=196$

$t_1=\frac{-6-\sqrt{196}}{2\cdot1}=\frac{-6-14}{2}=-10$

$t_2=\frac{-6+\sqrt{196}}{2\cdot1}=\frac{-6+14}{2}=4$

2) вернемся к переменной x:

$\frac{1}{x}=-10$ или $\frac{1}{x}=4$

$\frac{1}{x}=-10 \;|\cdot x$ $\qquad$ $\frac{1}{x}=4 \;|\cdot x$

$1=-10x$ $\qquad$ $1=4x$

$x=-\frac{1}{10}$ $\qquad$ $x=\frac{1}{4}$

Ответ: $-\frac{1}{10}$; $\frac{1}{4}$.

Пример 1.2. Решите уравнение: $\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x}-40=0$.

$$\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x}-40=0$$

ОДЗ: $x \neq 0$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x}-40=0 \,\Big|\cdot x^2$$

$$1+6x-40x^2=0$$

$$-40x^2+6x+1=0$$

$$D=6^2-4\cdot(-40)\cdot 1=36+160=196$$

$$x_1=\frac{-6-\sqrt{196}}{2\cdot(-40)}=\frac{-6-14}{-80}=\frac{1}{4}$$

$$x_2=\frac{-6+\sqrt{196}}{2\cdot(-40)}=\frac{-6+14}{-80}=-\frac{1}{10}$$

Ответ: $-\frac{1}{10}$; $\frac{1}{4}$.

Пример 1.3. Решите уравнение: $\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x}-40=0$.

$$\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x}-40=0$$

$$\frac{1+6x-40x^2}{x^2}=0$$

$$\begin{cases}1+6x-40x^2=0\\ x^2\neq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{4}\\ x=-\frac{1}{10}\end{array}\right.\\ x\neq 0\end{cases}$$

Ответ: $-\frac{1}{10}$; $\frac{1}{4}$.

$$-40x^2+6x+1=0$$

$$D=6^2-4\cdot(-40)\cdot 1=36+160=196$$

$$x_1=\frac{-6-\sqrt{196}}{2\cdot(-40)}=\frac{-6-14}{-80}=\frac{1}{4}$$

$$x_2=\frac{-6+\sqrt{196}}{2\cdot(-40)}=\frac{-6+14}{-80}=-\frac{1}{10}$$

Пример 2.1. Решите уравнение: $\frac{1}{(x-3)^2}-\frac{7}{x-3}-18=0$.

1) пусть $x-3=t$, тогда уравнение принимает вид:

$$\frac{1}{t^2}-\frac{7}{t}-18=0$$

ОДЗ: $t \neq 0$

$$\frac{1}{t^2}-\frac{7}{t}-18=0 \,\Big|\cdot t^2$$

$$1-7t-18t^2=0$$

$$-18t^2-7t+1=0$$

$$D=(-7)^2-4\cdot(-18)\cdot 1=49+72=121$$

$$t_1=\frac{-(-7)-\sqrt{121}}{2\cdot(-18)}=\frac{7-11}{-36}=\frac{1}{9} \qquad t_2=\frac{-(-7)+\sqrt{121}}{2\cdot(-18)}=\frac{7+11}{-36}=-\frac{1}{2}$$

2) вернемся к переменной x:

$x-3=\frac{1}{9}$ или $x-3=-\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{9}+3$ $\qquad$ $x=-\frac{1}{2}+3$

$x=3\frac{1}{9}$ $\qquad$ $x=2\frac{1}{2}$

Ответ: $2\frac{1}{2};\ 3\frac{1}{9}$.

Пример 2.2. Решите уравнение: $\frac{1}{(x-3)^2}-\frac{7}{x-3}-18=0$.

ОДЗ: $x-3\neq 0$, т.е. $x\neq 3$

1) пусть $\frac{1}{x-3}=t$, тогда уравнение принимает вид:

$t^2-7t-18=0$

$D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot(-18)=49+72=121$

$t_1=\frac{7-\sqrt{121}}{2\cdot 1}=\frac{7-11}{2}=-2$ $\quad t_2=\frac{7+\sqrt{121}}{2\cdot 1}=\frac{7+11}{2}=9$

2) вернемся к переменной x:

$\frac{1}{x-3}=-2$ или $\frac{1}{x-3}=9$

$\frac{1}{x-3}=-2 \mid \cdot(x-3)$	$\frac{1}{x-3}=9 \cdot \mid(x-3)$
$1=-2(x-3)$	$1=9(x-3)$
$1=-2x+6$	$1=9x-27$
$2x=6-1$	$-9x=-27-1$
$2x=5$	$-9x=-28$
$x=2\frac{1}{2}$	$x=\frac{28}{9}=3\frac{1}{9}$

Ответ: $2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{9}$

БЛОК 2

Пример 3.

Решите уравнение: $x(x^2+10x+25)=14(x+5)$.

$$x(x^2+10x+25)=14(x+5)$$
$$x(x+5)^2=14(x+5)$$
$$x(x+5)^2-14(x+5)=0$$
$$(x+5)(x(x+5)-14)=0$$
$$(x+5)(x^2+5x-14)=0$$

$x+5=0$ или $x^2+5x-14=0$

$x=-5$

$$D=5^2-4\cdot 1\cdot(-14)=25+56=81$$

$$x_1=\frac{-5-\sqrt{81}}{2\cdot 1}=\frac{-5-9}{2}=\frac{-14}{2}=-7 \qquad x_2=\frac{-5+\sqrt{81}}{2\cdot 1}=\frac{-5+9}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Ответ: -7; -5; 2.

БЛОК 4

Пример 5. Решите уравнение: $x^3+5x^2-16x-80=0$.

$$x^3+5x^2-16x-80=0$$
$$(x^3+5x^2)+(-16x-80)=0$$
$$x^2(x+5)-16(x+5)=0$$
$$(x+5)(x^2-16)=0$$
$$(x+5)(x-4)(x+4)=0$$

$x+5=0$ или $x-4=0$ или $x+4=0$

$x=-5$ $x=4$ $x=-4$

Ответ: $-5; -4; 4$

БЛОК 3

Пример 4. Решите уравнение: $(x+5)^4+(x+5)^2-12=0$.

$(x+5)^4+(x+5)^2-12=0$

1) пусть $(x+5)^2=t$, тогда уравнение принимает вид:

$t^2+t-12=0$

$D=1^2-4\cdot1\cdot(-12)=1+48=49$

$t_1=\frac{-1-\sqrt{49}}{2\cdot1}=\frac{-1-7}{2}=-4$ $\qquad$ $t_2=\frac{-1+\sqrt{49}}{2\cdot1}=\frac{-1+7}{2}=3$

2) вернемся к переменной x:

$(x+5)^2=-4$

действительных корней нет

$(x+5)^2=3$

$(x+5)^2-3=0$

$(x+5)^2-(\sqrt{3})^2=0$

$(x+5-\sqrt{3})(x+5+\sqrt{3})=0$

$x+5-\sqrt{3}=0$ $\qquad$ $x+5+\sqrt{3}=0$

$x=-5+\sqrt{3}$ $\qquad$ $x=-5-\sqrt{3}$

Ответ: $-5-\sqrt{3}$; $-5+\sqrt{3}$.

БЛОК 5

Пример 6. Решите уравнение: $x^4 = (x-42)^2$.

$$x^4 = (x-42)^2$$
$$x^4 - (x-42)^2 = 0$$
$$(x^2-(x-42))(x^2+(x-42)) = 0$$
$$(x^2-x+42)(x^2+x-42) = 0$$

$$x^2 - x + 42 = 0$$
$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 42 = -167 < 0$$
действительных корней нет

$$x^2 + x - 42 = 0$$
$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 1 + 168 = 169$$
$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{169}}{2 \cdot 1} = \frac{-1-13}{2} = -7$$
$$x_2 = \frac{-1+\sqrt{169}}{2 \cdot 1} = \frac{-1+13}{2} = 6$$

Ответ: -7; 6.

БЛОК 6

Пример 7.1. Решите уравнение: $x^2-2x+\sqrt{7-x}=\sqrt{7-x}+48$.

$$x^2-2x+\sqrt{7-x}=\sqrt{7-x}+48$$

$$x^2-2x+\sqrt{7-x}-\sqrt{7-x}-48=0$$

$x^2-2x-48=0$ *при условии* $7-x\geq 0$, *т.е.* $x\leq 7$

$$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-48)=4+192=196$$

$$x_1=\frac{-(-2)-\sqrt{196}}{2\cdot 1}=\frac{2-14}{2}=\frac{-12}{2}=-6$$

$x_2=\dfrac{-(-2)+\sqrt{196}}{2\cdot 1}=\dfrac{2+14}{2}=\dfrac{16}{2}=8$ – *посторонний корень, так как* $x\leq 7$

Ответ: -6.

Пример 7.2. Решите уравнение: $x^2-2x+\sqrt{7-x}=\sqrt{7-x}+48$.

$$x^2-2x+\sqrt{7-x}=\sqrt{7-x}+48$$

ОДЗ: $7-x\ge 0$

$x\le 7$

$$x^2-2x+\sqrt{7-x}-\sqrt{7-x}-48=0$$

$$x^2-2x-48=0$$

$$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-48)=4+192=196$$

$$x_1=\frac{-(-2)-\sqrt{196}}{2\cdot 1}=\frac{2-14}{2}=\frac{-12}{2}=-6$$

$$x_2=\frac{-(-2)+\sqrt{196}}{2\cdot 1}=\frac{2+14}{2}=\frac{16}{2}=8$$ – не удовлетворяет ОДЗ

Ответ: -6.

Пример 7.3. Решите уравнение: $x^2-2x+\sqrt{7-x}=\sqrt{7-x}+48$.

$$x^2-2x+\sqrt{7-x}=\sqrt{7-x}+48$$

$$x^2-2x+\sqrt{7-x}-\sqrt{7-x}-48=0$$

$$\begin{cases} 7-x\ge 0 \\ x^2-2x-48=0 \end{cases}$$

$$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-48)=4+192=196$$

$$x_1=\frac{-(-2)-\sqrt{196}}{2\cdot 1}=\frac{2-14}{2}=\frac{-12}{2}=-6$$

$$x_2=\frac{-(-2)+\sqrt{196}}{2\cdot 1}=\frac{2+14}{2}=\frac{16}{2}=8$$ - не удовлетворяет условию $7-x\ge 0$

Ответ: -6.

Пример 8.1. Решите уравнение: $(x^2-16)^2+(x^2+3x-28)^2=0$.

БЛОК 7

$$(x^2-16)^2+(x^2+3x-28)^2=0$$

$(x^2-16)^2 \ge 0$ и $(x^2+3x-28)^2 \ge 0$ при любом значении переменной.

Сумма двух неотрицательных слагаемых равна нулю, только если они оба равны нулю. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2-16=0 \\ x^2+3x-28=0 \end{cases}$$

$x^2-16=0$

$(x-4)(x+4)=0$

$x-4=0$ или $x+4=0$

$x=4$ $\quad$ $x=-4$

$x^2+3x-28=0$

$D=3^2-4\cdot 1\cdot(-28)=9+112=121$

$$x_1=\frac{-3-\sqrt{121}}{2\cdot 1}=\frac{-3-11}{2}=-7$$

$$x_2=\frac{-3+\sqrt{121}}{2\cdot 1}=\frac{-3+11}{2}=4$$

$$\begin{cases} x=\pm 4 \\ \left[\begin{array}{l} x=-7 \\ x=4 \end{array}\right. \end{cases}$$

Ответ: 4.

Пример 8.2. Решите уравнение: $(x^2-16)^2+(x^2+3x-28)^2=0$.

$(x^2-16)^2+(x^2+3x-28)^2=0$

$x^2+3x-28=(x-x_1)(x-x_2)=(x+7)(x-4)$, т.к.

$D=3^2-4\cdot1\cdot(-28)=9+112=121$

$x_1=\dfrac{-3-\sqrt{121}}{2\cdot1}=\dfrac{-3-11}{2}=-7$

$x_2=\dfrac{-3+\sqrt{121}}{2\cdot1}=\dfrac{-3+11}{2}=4$, тогда получаем

$(x-4)^2(x+4)^2+(x+7)^2(x-4)^2=0$

$(x-4)^2\left((x+4)^2+(x+7)^2\right)=0$

$(x-4)^2\left(x^2+8x+16+x^2+14x+49\right)=0$

$(x-4)^2\left(2x^2+22x+65\right)=0$

$(x-4)^2=0$ или $2x^2+22x+65=0$

$x-4=0$ $D=b^2-4ac=22^2-4\cdot2\cdot65=484-520=-36<0$

$x=4$ действительных корней нет

Ответ: 4.

Системы уравнений

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}(2x+3)^2=5y,\\(3x+2)^2=5y.\end{cases}$$

Решение.

Вычтем из первого уравнения второе, используем формулу разности квадратов, затем метод подстановки:

$$\begin{cases}(2x+3)^2-(3x+2)^2=0,\\(3x+2)^2=5y;\end{cases}\quad \begin{cases}(2x+3+3x+2)(2x+3-3x-2)=0,\\(3x+2)^2=5y;\end{cases}$$

$$\begin{cases}(5x+5)(1-x)=0,\\(3x+2)^2=5y;\end{cases}\quad \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-1,\\x=1,\end{array}\right.\\5y=(3x+2)^2\end{cases}\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1,\\5y=1;\end{cases}\\\begin{cases}x=1,\\5y=25;\end{cases}\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1,\\y=\dfrac{1}{5},\end{cases}\\\begin{cases}x=1,\\y=5.\end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ: $\left(-1;\dfrac{1}{5}\right)$, $(1;5)$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x-4)(y-6)=0, \\ \dfrac{y-4}{x+y-8}=2. \end{cases}$$

Решение.

Решая, первое уравнение системы: $(x-4)(y-6)=0,$

получим: *$x = 4$ или $y = 6$.*

Подставим эти значения во второе уравнение.

При $x = 4$ $\dfrac{y-4}{4+y-8}=2 \Leftrightarrow \dfrac{y-4}{y-4}=2.$

Это уравнение не имеет решений.

При $y = 6$ $\dfrac{6-4}{x+6-8}=2 \Leftrightarrow \dfrac{2}{x-2}=2 \Leftrightarrow x=3.$

Ответ: (3; 6).

Решите систему уравнений: $\begin{cases} 3x^2-8x=y, \\ 9x-24=y. \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x^2-8x=y, \\ 9x-24=y \end{cases}$$

$3x^2-8x=9x-24$

$3x^2-8x-9x+24=0$

$x(3x-8)-3(3x-8)=0$

$(3x-8)(x-3)=0$

$3x-8=0$ или $x-3=0$

$3x=8$ $\quad x=3$

$x=2\frac{2}{3}$

$y=9x-24$

Если $x=2\frac{2}{3}$, то $y=9\cdot2\frac{2}{3}-24=24-24=0;$

если $x=3$, то $y=9\cdot3-24=27-24=3$

Ответ: $\left(2\frac{2}{3};0\right)$; $(3;3)$.

Решите систему уравнений: $\begin{cases} 7x^2 + y = 14, \\ 2x^2 - y = 22. \end{cases}$

$$+\begin{cases} 7x^2 + y = 14, \\ 2x^2 - y = 22 \end{cases}$$

$$9x^2 + 0 = 36 \quad |:9$$

$$x^2 = 4$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

$x - 2 = 0$ или $x + 2 = 0$

$x = 2$ $\qquad$ $x = -2$

$$y = 14 - 7x^2$$

Если $x = 2$, то $y = 14 - 7 \cdot 2^2 = 14 - 28 = -14$;

если $x = -2$, то $y = 14 - 7 \cdot (-2)^2 = 14 - 28 = -14$

Ответ: $(-2; -14)$; $(2; -14)$.

Примеры работ учащихся при выполнении 20 задания

Задание 20. Решить уравнение

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$.

0 баллов

Ответ: $x=1{,}5$, $x=0{,}8$.

$$\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0;\quad \frac{1}{(x-1)(x-1)}+\frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)}-\frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}=0;$$

$1+3(x-1)-10(x-1)(x-1)=0$, если $x\neq 1$

$1+3x-3-10(x-1)^2=0;$

$-2+3x-10x^2+20x-10=0;$

$-10x^2+23x-12=0 \mid\cdot(-1);$

$10x^2-23x+12=0;$

$D=b^2-4ac;\ D=529-4\cdot 10\cdot 12=529-480=49$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{23+49}{2\cdot 10}=\frac{72}{20}=3{,}6;\quad x_2=\frac{23-49}{20}=-\frac{26}{20}=-1\frac{6}{20}=-1{,}3$

Ответ: $-1{,}3;\ 3{,}6$

Решите уравнение $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$.

Решение.

Пусть $(x-1)^2=t$, $t\geq 0$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2-2t-3=0\text{, откуда } t=-1 \text{ или } t=3.$$

$t=-1$ не удовлетворяет условию $t\geq 0$,

$t=3$; $(x-1)^2=3$; $x-1=\sqrt{3}$ или $x-1=-\sqrt{3}$; $x=1+\sqrt{3}$ или $x=1-\sqrt{3}$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

№21. $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$

$t^2-2t-3=0$

$D=4+12=16=4^2$

$x=\frac{2\pm4}{2}=3;\ -1$

$(x-1)^4=t^2$

$(x-1)^2=t$

$(x-1)^2=3$

$x^2-2x+1=3$

$x^2-2x-2=0$

$D=4+8=12=2\sqrt{3}$

$x=\frac{2\pm2\sqrt{3}}{2}=\frac{2(1\pm\sqrt{3})}{2}=1\pm\sqrt{3}$

$(x-1)^2=-1$

нет решений, т.к. квадрат не может быть отрицательным.

Ответ: $1+\sqrt{3}$; $1-\sqrt{3}$.

Решите уравнение $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно

0 баллов

21. $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0.$

Пусть $(x-1)^2=x>0$,

$x^2-2x-3=0;$

$a=1\ \ b=-2\ \ c=-3;$

$D=b^2-4ac=4+4\cdot3\cdot1=4+12=16=4^2;$

$D>0 \Rightarrow$ уравнение имеет 2 корня;

$x_1=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{2+4}{2}=\frac{6}{2}=3;$

$x_2=\frac{-b\mp\sqrt{D}}{2a}=\frac{2-4}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

Ответ: $x=3;-1.$

Решите уравнение $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$.

Ответ: $1-\sqrt{3}$; $1+\sqrt{3}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно

0 баллов

Решите уравнение $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$.

2 балла

$$\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}-6=0$$

$$\frac{1-x-6x^2}{x^2}=0 \qquad ОДЗ: x^2\neq 0,\ x\neq 0$$

$$1-x-6x^2=0 \quad |\cdot(-1)$$

$$6x^2+x-1=0$$

$$D=1-4\cdot(-1)\cdot 6=25=5^2$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{12}$$

$$x_1=\frac{-1+5}{12}=\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}}=\frac{1}{3}$$

$$x_2=\frac{-1-5}{12}=\frac{-6}{12}=-\frac{1}{2}$$

Ответ: $x_1=\frac{1}{3}$; $x_2=-\frac{1}{2}$

ОШИБКА????

- **Уточнение** – «ошибка вычислительного характера» или «вычислительная ошибка» – это ошибка, допущенная при **выполнении сложения, вычитания, умножения и деления.** В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда **единственная вычислительная ошибка** стала причиной того, что неверен ответ.
- К вычислительным ошибкам не относятся **ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.**

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}-10=0$.

Ответ: $x=1{,}5$, $x=0{,}8$.

0 баллов

№: 21

$$\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{3}{x-1}^{\,x-1}-10^{\,(x-1)^2}=0$$

О.Д.З.
$(x-1)^2 \neq 0$
$x-1 \neq 0$
$x \neq 1;$

$$\frac{1+3(x-1)-10(x-1)^2}{(x-1)^2}=0$$

$1+3x-3-10(x^2-2x+1)=0$

$1+3x-3-10x^2+20x-10=0$

$-10x^2+23x-12=0$

$D=b^2-4ac$, $D=529-480=49=\pm 7^2$

$x_1=\frac{-23+7}{-20}=1{,}5$ $x_2=\frac{23-7}{-20}=\frac{-16}{20}=0{,}8$

Ответ: $1{,}5;\ 0{,}8$

Спасибо за внимание!