

**Контрольно измерительные материалы пробного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень). Гимназия №2, 11 класс.**

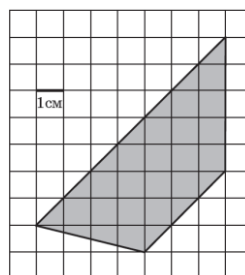
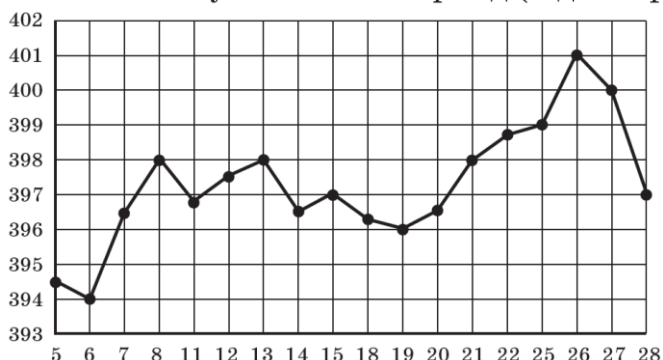
Вариант 003

1 часть

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Теплоход рассчитан на 650 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2 На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).

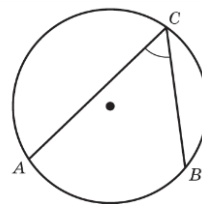


3 Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

4 В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.

5 Найдите корень уравнения $\log_2(7 - x) = 5$.

6 На окружности отмечены точки A , B и C . Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 130° . Дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 72° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



B7 Найдите значение выражения $\frac{11\cos 77^\circ}{\sin 13^\circ}$.

8 Во сколько раз увеличится объём правильного тетраэдра, если все его рёбра увеличить в 8 раз?

9

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

10

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада изотопа. В начальный момент масса изотопа $m_0 = 80$ мг. Период полураспада $T = 3$ мин. Через сколько минут масса изотопа станет равна 10 мг?

11

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 12 рабочих, а во второй — 21 рабочий. Через 10 дней после начала работы в первую бригаду перешли 12 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

12

Найдите наибольшее значение функции $y = 2^{-34-12x-x^2} + 5$.

2 часть

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $2\sin^3 x - 2\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14

Точка E — середина ребра AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что сечение куба плоскостью DEB_1 является ромбом.

б) Найдите угол между прямыми DE и BD_1 .

15

Решите неравенство $\frac{30 \cdot 5^{x+3} - 0,2^{x+1}}{5^{3-x} - 25^{1-x}} \geq 5^{x-3}$.

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , K и M — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

а) Докажите, что MK параллельно AC .

б) Найдите площадь треугольника KBM , если известно, что $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.

17

15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 933 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования?

18

Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$8x^6 + (a - |x|)^3 + 2x^2 - |x| + a = 0$$

имеет более трёх различных решений.

19

В ряд выписаны числа: $1^2, 2^2, \dots, (N-1)^2, N^2$. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

а) 12, если $N = 12$?

б) 0, если $N = 70$?

в) 0, если $N = 48$?

г) -3, если $N = 90$?