On-line консультация
по подготовке к ЕГЭ_2016 по информатике
для обучающихся 11 классов

Кодирование чисел. Системы счисления.

Исламов Ришат Габитович, учитель информатики
МБОУ Сургутский естественно-научный лицей
Сургут-2015 г.

№	ОО	кол-во участников ЕГЭ	Доля участников ЕГЭ	Задания с кратким ответом																							Задания с развёрнутым ответом			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	1	2	3	4
				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	2	3	4
1	гимназия "Лаборатория Салахова"	12	29%	58	100	100	100	100	83	92	100	58	50	42	75	100	42	83	50	100	0	92	83	75	50	17	75	75	58	8
2	гимназия №2	12	16%	75	100	92	100	83	83	83	92	42	83	17	75	75	33	83	42	83	25	92	92	58	58	58	50	75	58	17
3	гимназия им Салманова	4	5%	50	50	100	100	100	25	75	100	25	50	0	25	50	25	100	25	50	0	100	50	50	25	0	25	25	25	0
4	лицей №1	7	10%	43	86	100	86	100	57	71	71	29	43	29	14	57	14	86	43	71	14	86	86	43	57	43	57	43	43	0
5	лицей №2	19	24%	58	95	100	95	95	53	95	100	42	68	37	68	74	42	100	26	95	5	89	79	53	37	16	58	42	53	0
6	лицей №3	18	21%	44	100	100	78	100	78	89	94	39	56	6	56	67	33	89	50	89	11	94	56	56	67	11	56	50	39	11
7	СОШ №10	4	9%	100	100	100	100	100	100	100	75	75	75	50	50	75	75	50	25	75	0	75	75	75	75	25	75	75	50	0
8	СОШ №12	5	10%	40	60	100	60	100	60	40	60	60	60	40	0	60	20	60	60	100	0	60	60	40	40	0	20	20	20	0
9	СОШ №46	11	11%	55	100	100	82	91	55	91	100	36	55	18	64	55	9	100	27	91	0	91	73	55	36	0	36	36	36	0
10	СОШ № 1	2	3%	100	100	100	100	100	0	100	100	50	100	50	50	100	50	100	100	100	0	100	100	50	50	0	50	0	0	0
11	СОШ № 3	2	5%	0	100	100	50	50	50	100	50	0	50	0	0	0	50	0	0	100	0	50	50	0	0	0	0	0	0	0
12	СОШ № 5	3	8%	0	67	67	67	100	67	0	67	0	0	0	0	0	33	0	0	33	33	33	0	0	0	0	0	0	33	0
13	СОШ № 6	4	10%	0	100	100	25	100	25	50	50	25	0	0	0	0	0	25	0	50	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	СОШ № 7	2	4%	0	100	50	50	50	0	50	0	0	0	0	50	50	0	50	50	50	0	50	50	50	0	0	50	50	0	0
15	СОШ № 8	1	4%	0	100	100	100	100	100	0	100	0	0	100	0	0	0	100	0	100	0	100	0	100	0	0	0	0	0	0
16	СОШ №13	3	7%	33	67	67	67	100	33	100	100	33	33	0	33	33	0	0	33	33	0	67	67	0	33	0	0	0	0	0
17	СОШ №15	2	3%	0	100	100	50	100	50	100	100	50	50	50	0	50	50	50	0	100	0	100	50	100	50	0	50	50	0	0
18	СОШ №18	1	4%	0	100	100	100	0	100	100	100	0	0	0	0	100	100	100	100	100	0	100	100	0	100	0	0	100	100	0
19	СОШ №19	15	16%	20	93	93	53	93	20	67	80	20	7	13	0	20	13	60	7	47	0	53	33	20	7	0	0	13	0	0
20	СОШ №20	3	5%	67	67	67	67	100	33	100	33	0	33	33	33	67	33	67	33	100	0	67	100	33	33	33	33	33	0	33
21	СОШ №24	2	3%	50	50	100	50	50	0	100	100	0	0	0	50	50	0	50	50	50	0	50	50	50	0	0	50	50	0	0
22	СОШ №25	2	5%	0	100	100	50	100	50	100	50	0	0	0	50	0	0	100	0	50	0	0	50	0	0	0	0	0	0	0
23	СОШ №26	4	10%	100	100	100	100	75	75	100	100	50	75	25	50	100	50	100	25	100	0	75	100	75	25	0	50	50	50	0
24	СОШ №27	3	4%	100	100	100	67	100	33	67	100	33	0	0	33	0	33	100	0	67	0	100	67	33	0	0	33	33	0	0
25	СОШ №29	1	2%	0	100	100	0	100	0	100	100	0	0	0	0	0	0	100	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	СОШ №32	3	7%	33	67	67	33	100	33	33	33	33	33	0	33	0	33	0	0	33	0	0	33	0	33	0	0	0	0	0
27	СОШ №38	5	12%	20	60	80	40	100	20	40	100	0	20	0	0	0	20	80	0	20	20	40	60	0	0	0	0	0	0	0
28	СОШ №44	1	1%	100	100	100	0	100	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100	0	100	100	100	0
29	СОШ №45	2	2%	0	100	100	0	100	100	100	100	0	0	50	0	0	0	100	0	50	0	0	50	50	0	0	0	50	0	0
	Всего участников	**153**	**8%**	**46**	**91**	**95**	**75**	**93**	**55**	**80**	**86**	**34**	**45**	**20**	**41**	**54**	**29**	**76**	**30**	**76**	**7**	**74**	**64**	**44**	**36**	**12**	**38**	**39**	**31**	**4**

до 33%

выполнили до 33%	14	0	0	2	0	9	4	3	17	13	22	18	10	20	5	20	5	28	6	6	13	16	25	15	11	19	29

Тема: Кодирование чисел. Системы счисления.

Что нужно знать:

Чтобы перевести число из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры на N в степени равной ее разряду:

Например

X= 1 0 1 1 1_2

4 3 2 1 0 ← разряды

$1*2^0+1*2^1+1*2^2+0*2^3+1*2^4=23_{10}$

X= 3 5 4_8

2 1 0 ← разряды

$4*8^0+5*8^1+3*8^2=236_{10}$

Последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N

Две последние цифры – это остаток от деления на N^2, и т.д.

$$2^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}$$

-Число 2^N в двоичной системе записывается как единица и N нулей: 2^5 -100000

$$2^N - 1 = \underbrace{1\ldots1}_{N}$$

-Число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц: $2^5 -1=33_{10}=11111$

$$2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

-Число $2^N–2^K$ при K < N в двоичной системе записывается как N–K единиц и K нулей:

$$2^N + 2^N = 2 \cdot 2^N = 2^{N+1}$$

$$2^N = 2^{N+1} - 2^N$$

$$-2^N = -2^{N+1} + 2^N$$

Пример 1. Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2010} + 8^{405} - 2^{150} - 120$

приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что

$120 = 128 - 8 = 2^7 - 2^3$:

$4^{2010} + 8^{405} - 2^{150} - 120 = (2^2)^{2010} + (2^3)^{405} - 2^{150} - 2^7 + 2^3 =$

$= 2^{4020} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^3$

число $\mathbf{2^N - 2^K}$ при $\boldsymbol{K < N}$ записывается как $\boldsymbol{N - K}$ единиц и $\boldsymbol{K}$ нулей: для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $\mathbf{2^N - 2^K}$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию в нашем случае вы выражении

$2^{4020} + 2^{1215} - 2^{150} - 2^7 + 2^3$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу используем теперь равенство , заменим

$-2^{150} = -2^{151} + 2^{150}$;

$\underbrace{2^{4020}}_{1} + \underbrace{2^{1215} - 2^{151}}_{1064} + \underbrace{2^{150} - 2^7}_{143} + \underbrace{2^3}_{1} =$ Ответ: 1209

Пример 2. Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$

1.Количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц

2.Приведём все числа к степеням двойки, учитывая, что

$$250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1:$$

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$$

$$= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$

3.Старшая степень двойки – **2^{1536}**

4.Двоичная запись этого числа представляет собой единицу и 1536 нулей, то есть, состоит из 1537 знаков; таким образом, остаётся найти количество единиц

5.Вспомним, число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N-K$ единиц и K нулей: $2^N - 2^K = \underbrace{1\ldots1}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$

для того чтобы использовать это свойство, нам нужно представить заданное выражение в виде пар вида $2^N - 2^K$, причём в этой цепочке степени двойки нужно выстроить по убыванию.

В нашем выражении

$2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^{8} + 2^{2} + 2^{1}$

стоит два знака «минус» подряд, это не позволяет сразу использовать формулу используем теперь равенство , так что –

-----$2^{128} = -2^{129} + 2^{128}$; получаем

$2^{1536} + 2^{1024} - 2^{129} + 2^{128} - 2^{8} + 2^{2} + 2^{1}$

здесь две пары $2^{N}-2^{K}$, а остальные слагаемые дают по одной единице общее число единиц равно

$1 + (1024 - 129) + (128 - 8) + 1 + 1 = 1018$ таким образом, количество значащих нулей равно $1537 - 1018 = 519$

ответ: 519.

Пример 3.

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа

$4^{1024} + 8^{1025} - 2^{1026} - 140$?

$2^{2048} + 2^{3075} - 2^{1026} - 140$?

$140=2^8-2^6-2^5-2^4-2^2$

$2^{3075}+ 2^{2048}- 2^{1026} -2^8+2^6+2^5+2^4+2^2$

$$-2^N = -2^{N+1} + 2^N$$

$-2^{1026} = -2^{1027} + 2^{1026}$

$2^{3075}+ 2^{2048}- 2^{1027} + 2^{1026} -2^8+2^6+2^5+2^4+2^2$ 2044- количество-1

1 + 1021 + 1018 + 4

Ответ**: 3076(кол циф)-2044(кол 1)=1032(количество нулей)**

Ответ 1032

Пример 4.

Демонстрационный вариант государственного экзамена 2016 года по информатике и ИКТ

Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

$3^{16} + 3^5 - 3^2$

$3^2 = 9 - 100_3$ $3^3 = 27 - 1000_3$

$3^3 - 3^2 = 27 - 9 = 18_{10} - 200_3$

$3^4 - 3^2 = 81 - 9 = 72_{10} - 2200_3$

$$3^N = 1\underbrace{0\ldots0}_{N}$$

$$3^N - 3^K = \underbrace{2\ldots2}_{N-K}\underbrace{0\ldots0}_{K}$$

$\underbrace{3^{16}}_{0} + \underbrace{3^5 - 3^2}_{3}$

Ответ количество цифр «2» =3

Пример 5.

Сколько единиц в двоичной записи числа

$4^{2016} + 2^{2018} – 8^{600} + 6$

Решение:

приведём все числа к степеням двойки, разложив **6 как 2^2+2^1**

$4^{2016} + 2^{2018} – 8^{600} + 6 = (2^2)^{2016} + 2^{2018} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 =$

$2^{4032} + 2^{2018} – 2^{1800} + 2^2 + 2^1$

вспомним, что число 2^N-1 в двоичной системе записывается как N единиц , а число $2^N–2^K$ при $K < N$ записывается как $N–K$ единиц и K нулей,

число $2^{2018} – 2^{1800}$ запишется как **218** единиц и **1800** нулей

прибавление 2^{4032} даст ещё одну единицу, а прибавление $2^2 + 2^1$ – ещё две, всего получается

218 + 3 = 221 единица

Пример 6.

Репетиционная работа СтатГрад по ИНФОРМАТИКЕ и ИКТ
1 апреля 2015 года 11 класс

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:

$8^{2020} + 4^{2017} + 2^{6} - 1?$

$\underbrace{2^{6060} + 2^{4034}}_{2} + \underbrace{2^{6} - 1}_{6}?$

Ответ: 8 единиц

Пример 7.

Решите уравнение . Ответ запишите в троичной системе счисления. $$44_{x+5} - 44_5 = 52_{10}$$

4*(x+5)⁰+ 4*(x+5)¹-4*5⁰- 4*5¹=52

4+4*x+20-4-20-52=0

4*x-52=0

X=13$_{10}$

13$_{10}$=111$_3$

Решите уравнение . Ответ запишите в двоичной системе счисления. $441_x + 14_{10} = 252_7$

Решите уравнение . Ответ запишите в пятеричной системе счисления. $145_x + 24_{10} = 127_9$

Пример 9.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 100, запись которых в системе счисления с основанием 5 оканчивается на 11?

1. Младшая цифра числа – это остаток от деления исходного числа на N, а две младших цифры – это остаток от деления на и N^2 т.д. В данном случае при N=5 , остаток от деления числа на N^2=25 должен быть равен 11_5 = 6

2. Задача сводится к тому, чтобы определить все числа, которые меньше или равны 100 и дают остаток 6 при делении на 25

Решение

К*25+6 общий вид чисел, которые дают остаток 6 при делении на 25: где k – целое неотрицательное число (0, 1, 2, …) среди всех таких чисел нужно выбрать те, что меньше или равны 100 («не превосходят 100»); таким образом, верный ответ –   6, 31,56,81 .

К	К*25+6
0	6
1	31
2	56
3	81

Пример 8.

Найдите основания систем счисления *X* и *Y*, если известно, что $87_X=73_Y$ и $62_X=52_Y$. в ответе запишите число, составленное из чисел *Y* и *X*, записанных подряд без пробелов. Например, если *X*=13 и *Y*=15, ответ запишется как 1513.

Решение

$$\begin{cases} 7*x^0+8*x=3*y^0+7*y \\ 2*x^0+6*x=2*y^0+5*y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7+8*x=3+7*y \\ 2+6*x=2+5*y \end{cases}$$

x=(7*y-4)/8

6*(7*y-4)=40*y   42*y-24=40*y   y=12   x=10

Ответ: 1210

18 (повышенный уровень, время)
Основные понятия математической логики.

Что нужно знать:

условные обозначения логических операций

¬ A,   не A (отрицание, инверсия)

A ˄ B,   A и B (логическое умножение, конъюнкция)

A ˅ B,   A или B (логическое сложение, дизъюнкция)

A → B   импликация (следование)

$$A \to B = \overline{A} + B$$

A≡B = (¬A V B) ˄ (¬B V A)

Введём выражение *M* & *K*, обозначающее поразрядную конъюнкцию *M* и *K* (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число *A*, такое что выражение

(*X* & 56 <> 0) → ((*X* & 48 = 0) → (*X* & *A* <> 0))

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *X*)?

Введём обозначения:

P = (*X* & 56 <> 0), Q = (*X* & 48 = 0), A = (*X* & *A* <> 0)

перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации $A \to B = \overline{A} + B$

и закон де Моргана $\overline{A} + \overline{B} = \overline{A \cdot B}$

$P \rightarrow (Q \rightarrow A) = \overline{P} + (Q \rightarrow A) = \overline{P} + \overline{Q} + A = 1$

$P = (X \,\&\, 56 <> 0) -\ 111000_2$

$Q = ((X \,\&\, 48 = 0)$

$\overline{Q} = ((X \,\&\, 48 <> 0) - 110000_2$

$\overline{P} - 000111_2$

$\overline{Q} - 110000_2$

$+ \quad 110111_2$

1000_2

Ответ:8

Введём выражение *M* & *K*, обозначающее поразрядную конъюнкцию *M* и *K* (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число *A*, такое что выражение

$(X \,\&\, A <> 0) \to ((X \,\&\, 56 = 0) \to (X \,\&\, 20 <> 0))$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *X*)?

Введём обозначения:

$P = (X \,\&\, 56 = 0)$, $Q = (X \,\&\, 20 <> 0)$, $A = (X \,\&\, A <> 0)$

перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации и закон де Моргана

$A \to (P \to Q) = \overline{A} + \overline{P} + Q$

$\overline{P}$ **- (*X* & 56 <> 0)–** **111000_2**

Q -(*X* & 20 <> 0))- **10100_2**

$\overline{P}$ - **111000_2**

$\overline{Q}$ -010100_2

+ 111100_2

111100_2 = 60

Ответ:60

Спасибо за внимание!

Жду вопросов по электронной почте

islamov.rishat86@mail.ru

Исламов Ришат Габитович, учитель информатики

МБОУ Сургутский естественно-научный лицей

Сургут-2015 г.