Дом. Задания B10

Д1.1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ),$$

где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ $(^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Д1.2. Зависимость объёма спроса q на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой:

$$q = 130 - 10p.$$

Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) определяется как $r(p) = q \cdot p$. Определите максимальный уровень цены p, при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 360 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Д1.3. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле:

$$F_\text{А} = \rho g l^3,$$

где $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, l — линейный размер аппарата в метрах, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ Н/кг). Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 78,4 Н? Ответ выразите в метрах.

Д1.4. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 40$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 40 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 200 до 240 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Д1.5. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч^2), вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la}.$$

Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,4 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

Д1.6. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон

$$pV^k = \text{const},$$

где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с трёхатомным идеальным газом (для него $k = \frac{4}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 1{,}6 \cdot 10^5$ Па $\cdot$ м^4, газ начинают сжимать. Какой наибольший объём V может занимать газ при давлениях p не меньше $6{,}25 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

Д1.7. Для обогрева помещения, температура в котором $T_\text{п} = 25^\circ$C, через радиатор пропускают горячую воду температурой $T_\text{в} = 49^\circ$C. Через радиатор проходит $m = 0{,}3$ кг/с воды. Проходя по радиатору расстояние $x = 66$ м, вода охлаждается до температуры $T(^\circ\text{C})$, причём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_\text{в} - T_\text{п}}{T - T_\text{п}},$$

где $c = 4200$ $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 21$ $\frac{\text{Вт}}{{}^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}1$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода?