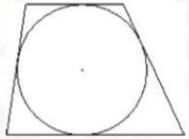
Вариант 1_2023, ЕГЭ Профиль
1 часть

1 Найдите корень уравнения $\sqrt{28-2x}=2$.

2 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпала больше раз, чем орёл.

3 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.



4 Найдите значение выражения

$30\,\mathrm{tg}\,3^\circ\cdot\mathrm{tg}\,87^\circ-43.$

5 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?

6 На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)=-\frac{4}{9}x^3-\frac{34}{3}x^2-\frac{280}{3}x-\frac{18}{5}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.

7 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы:

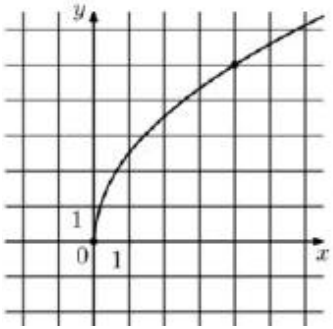
$T(t)=T_0+bt+at^2,$

где t — время (в мин.), $T_0=680$ К, $a=-16\,\frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$, $b=224$К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1400 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

8 На изготовлении 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

10 В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

9 На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. Найдите $f(6{,}76)$.



11 Найдите наименьшее значение функции $y=\frac{x^2+441}{x}$ на отрезке $[2;32]$.

Часть 2

12 а) Решите уравнение $\dfrac{9^{\sin 2x}-3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};5\pi\right]$.

13 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна боковому ребру SA. Медианы треугольника SBC пересекаются в точке M.

а) Докажите, что $AM=AD$.
б) Точка N — середина AM. Найдите SN, если $AD=6$.

14 Решите неравенство

$$\log_5\big((3-x)(x^2+2)\big)\ge\log_5(x^2-7x+12)+\log_5(5-x).$$

15 Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего года и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

16 Две окружности касаются внешним образом в точке K. Прямая AB касается первой окружности в точке A, а второй – в точке B. Прямая BK пересекает первую окружность в точке D, прямая AK пересекает вторую окружность в точке C.

а) Докажите, что $ABCD$ — трапеция.
б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD, если известно, что радиус первой окружности равен 1, а радиус второй окружности равен 4.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x^2 + 2ax + 1} = x^2 + ax + 1$$

имеет ровно три различных корня.

18 Последовательность $a_1, a_2, \ldots, a_n$ $(n \geq 3)$ состоит из натуральных чисел, причём каждый член последовательности (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних (стоящих рядом с ним) членов.

а) Приведите пример такой последовательности, состоящей из пяти членов, сумма которых равна 40.

б) Может ли такая последовательность состоять из пяти членов и содержать два одинаковых числа?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма членов такой последовательности при $n = 6$?