

## Вариант 16

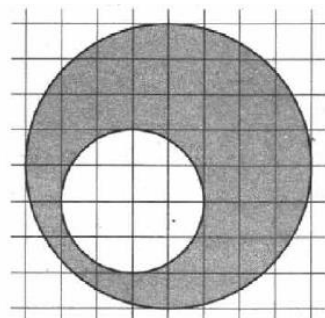
### Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Студент получил свой первый гонорар в размере 1300 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет роз для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество роз сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, розы стоят 100 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?
2. На рисунке жирными точками показана средняя температура воздуха в Калининграде во все дни с 9 по 28 апреля 2018 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — средняя температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите, сколько дней за данный период средняя температура в Калининграде была меньше 16 градусов Цельсия.



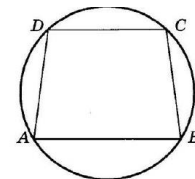
3. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что неисправная батарейка будет забракована, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

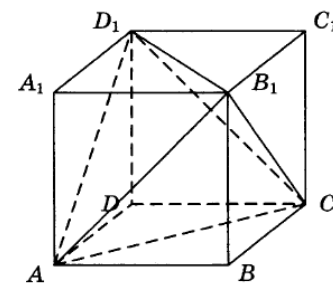
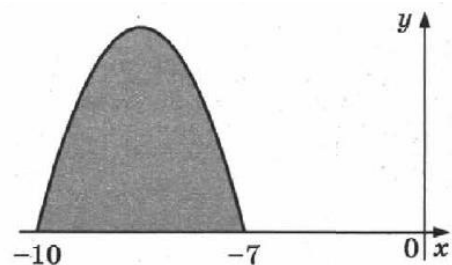
5. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения  $\sin \frac{\pi x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

6. Основания равнобедренной трапеции равны 32 и 24. Центр окружности, описанной около трапеции, лежит внутри трапеции, а радиус окружности равен 20. Найдите высоту трапеции.



7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ .

Функция  $F(x) = -\frac{4}{9}x^3 - \frac{34}{3}x^2 - \frac{280}{3}x - \frac{18}{5}$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.



8. Объём параллелепипеда  $ABCA_1B_1C_1D_1$  равен 3. Найдите объём треугольной пирамиды  $AD_1CB_1$ .

9. Найдите значение выражения  $\frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$ .

10. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{\text{п}} = 25^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,5$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_{\text{в}} = 85^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,

$\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,4$  — постоянная.

Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 140 м.

11. Расстояние между городами А и В равно 500 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 2 часа следом за ним со скоростью 75 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите скорость автомобиля. Ответ дайте в километрах в час.

12. В какой точке функция  $y = \sqrt{x^2 + 10x + 55}$  принимает наименьшее значение?

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

### Часть 2

13. а) Решите уравнение  $(49^{\sin x})^{\cos x} = 7^{\sqrt{3} \sin x}$ .

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

14. В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$ . Точка  $K$  — середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM : MC = 1 : 3$ .

а) Докажите, что  $KM$  перпендикулярно  $AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 8$ ,  $AC = 12$  и  $AA_1 = 5$ .

15. Решите неравенство  $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1} > \sqrt{x-2}$ .

16. Дан треугольник  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  пересекается с биссектрисой угла  $BAC$  в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ .

а) Докажите, что  $AC^2 = BC \cdot CK$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $AKC$ , если  $\sin B = 0,6$  и сторона  $AC = 24$ .

17. У фермера есть два поля, каждое площадью 20 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 450 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 2000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 2500 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{a-3,5}(4x^2+8) = \log_{a-3,5}(4(a-3)x+9)$$

имеет ровно два различных корня.

19. Конечная последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  не обязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n-2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k + 1$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ , в которой  $a_5 = 5$ .

б) Может ли в такой последовательности некоторое число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем  $n$  такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?