

# Контрольно-измерительные материалы

## Математика (профильный уровень), ЕГЭ

### Вариант 10

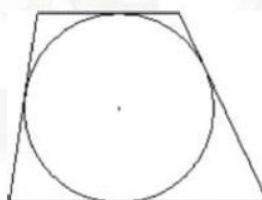
*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

#### Часть 1

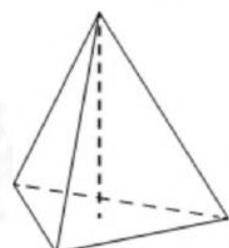
1 Найдите корень уравнения  $\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}$ .

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.

3 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.

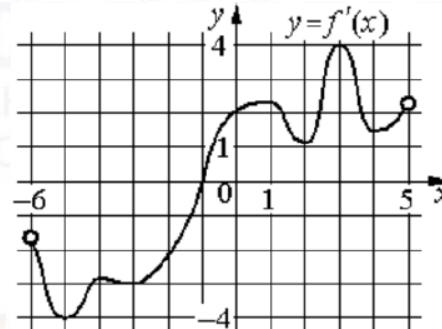


5 В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды.



4 Найдите значение выражения

$$\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}.$$

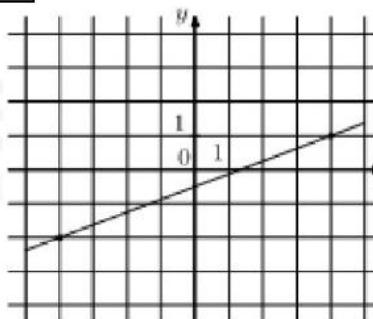


6 На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-5; -1]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?

7 Два тела, массой  $m = 2$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 8$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  — масса (в кг),  $v$  — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 32 Дж. Ответ дайте в градусах.

8 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

9 На рисунке изображен график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(12)$ .



10 Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 11 \cdot \ln(x+4) - 11x - 5 \text{ на отрезке } [-3,5; 0].$$

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

#### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12

- a) Решите уравнение  $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

13

На рёбрах  $CD$  и  $BB_1$  куба  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 4$ , а  $B_1Q = 3$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .  
 б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $APQ$ .

14

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(81x)}{\log_3 x - 4} + \frac{\log_3 x - 4}{\log_3(81x)} \geq \frac{24 - \log_3 x^8}{\log_3^2 x - 16}.$$

15

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2466 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

16

В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$  и  $CC_1$ , точки  $K$  и  $M$  – основания перпендикуляров, опущенных из точки  $B$  на прямые  $AA_1$  и  $CC_1$ .

- а) Докажите, что  $MK \parallel AC$ .  
 б) Найдите площадь треугольника  $KBM$ , если  $AC = 10$ ,  $BC = 6$ ,  $AB = 8$ .

17

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{a-3,5}(4x^2 + 8) = \log_{a-3,5}(4(a - 3)x + 9)$$

имеет ровно два различных корня.

18

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 1,  $-2$ ,  $-3$ ,  $4$ ,  $-5$ ,  $7$ ,  $-8$ ,  $9$ . Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1,  $-2$ ,  $-3$ ,  $4$ ,  $-5$ ,  $7$ ,  $-8$ ,  $9$ . После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?  
 б) Может ли в результате получиться 1?  
 в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**