Решение задач на доказательство методом « Вспомогательной окружности»

ОГЭ по математике.
Задание 24

- задание 24 (геометрическое) – более высокого уровня, они сложнее предыдущих и в техническом, и в логическом отношении.

- **Требования** к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений обучающегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным.

Задание 24.

Критерии оценивания выполнения задания 24

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Задание 24

Тематические разделы задания 24

- Треугольник
- Четырехугольник
- Окружность.

Задание 24

« Вспомогательная окружность»

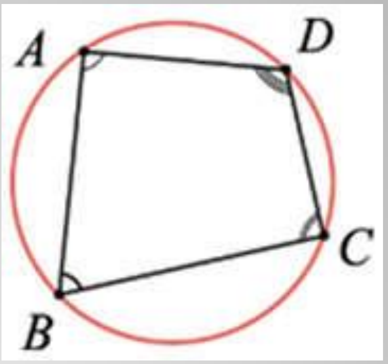
Рассмотрим один из интересных приёмов решения геометрических задач, который состоит в том, что в чертеж вводиться вспомогательная окружность, помогающая установить связь между данными и неизвестными элементами. Увидеть это вспомогательное построение помогают признаки вспомогательной окружности.

Задание 24

Использование признаков описанной около четырехугольника окружности.

Признак 1. Если сумма противоположных углов четырехугольника равны 180°, то около этого четырехугольника можно описать окружность.

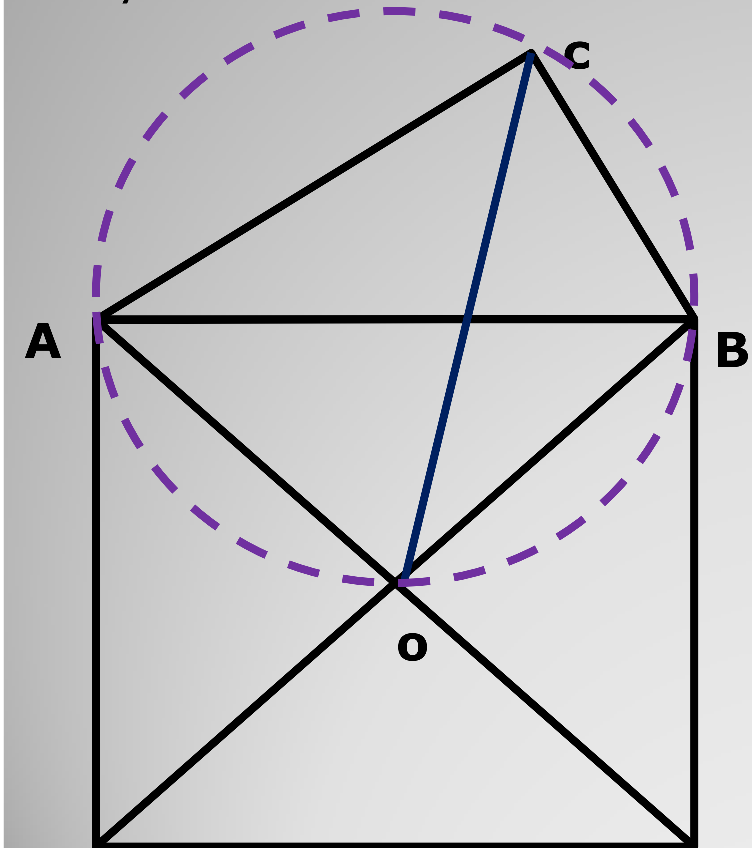
$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$



***Ключевая идея*:** Обнаружиться или построить четырехугольник, сумма противоположных углов которого равна 180^0 .

Задание 24

- ***Задача 1***. На гипотенузе прямоугольного треугольника АВС с прямым углом С во внешнюю сторону построен квадрат с центром в точке О. Доказать что СО – биссектриса прямого угла.



Доказательство:

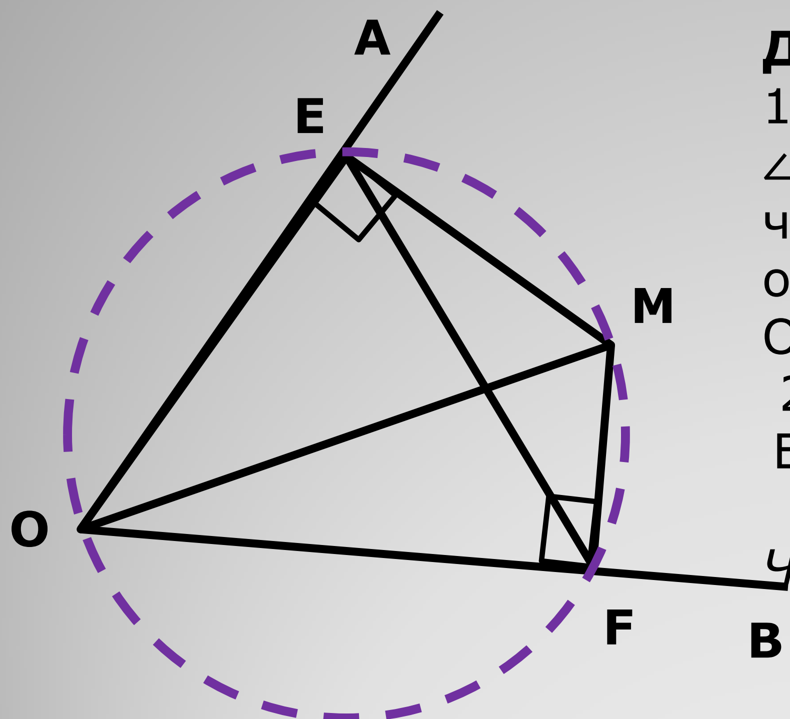
1. В четырехугольнике АСВО $\angle C = 90^0$(по условию), $\angle$ АОВ $=90^0$ (свойство диагоналей квадрата) → сумма углов С и АОВ равна 180^0 , значит около четырехугольника АСВО можно описать окружность с диаметром АВ.

2. ОА = ОВ(диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам) → дуга ОА = дуге ОВ (их стягивают равные хорды) → вписанные углы АСО и ВСО равны. СО –биссектриса прямого угла С.

Что и требовалось доказать.

Задание 24

- ***Задача 2***. Из точки М, которая принадлежит углу АОВ, но не принадлежит его сторонам, опущены перпендикуляры МЕ и МF на прямые ОА и ОВ. Доказать, что EF ≤ ОМ.



Доказательство:

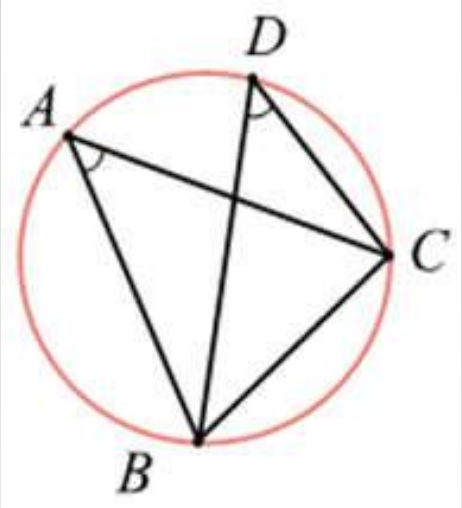
1. В четырехугольнике EMFO $\angle E + \angle F = 180^0 \rightarrow$ значит около четырехугольника EMFO можно описать окружность с диаметром ОМ.
2. EF – хорда этой окружности $\rightarrow$ EF ≤ OM

Что и требовалось доказать

Задание 24

Признак 2.Если два равных угла опираются на один и тот же отрезок и вершины углов лежат по одну сторону от отрезка, то через вершины этих углов и концы отрезка можно провести окружность.

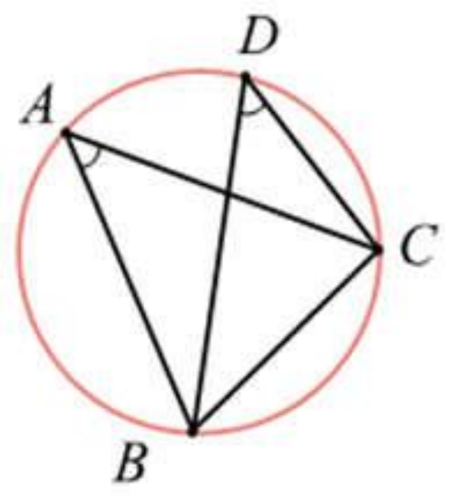
$\angle$ BAC = $\angle$ BDC



Задание 24.

Признаки вписанного четырехугольника

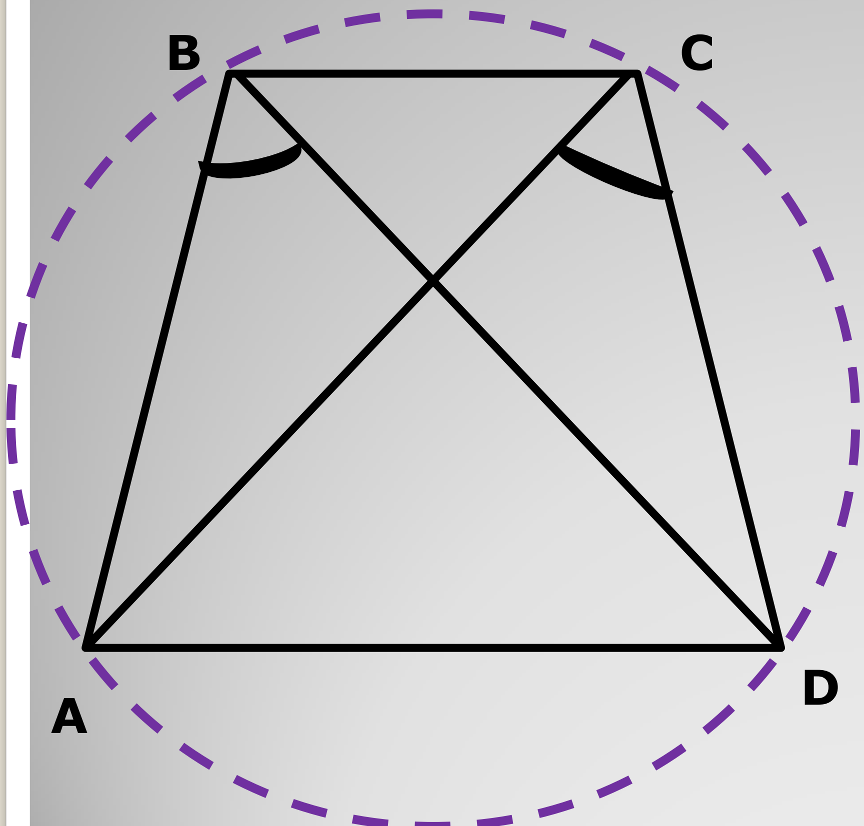
Признак 2. Если отрезок BC виден из двух точек A и D под одним углом и обе эти точки лежат по одну сторону от прямой BC, то точки A,B,C,D лежат на одной окружности.



***Ключевая идея*:** Обнаружиться две точки, лежащие в одной полуплоскости от данной прямой, из которых данный отрезок, принадлежащий данной прямой, виден под одним углом.

Задание 24

- ***Задача 3.*** В трапеции ABCD с основаниями AD и BC угол ABD равен углу ACD. Доказать, что ABCD - равнобедренная трапеция.



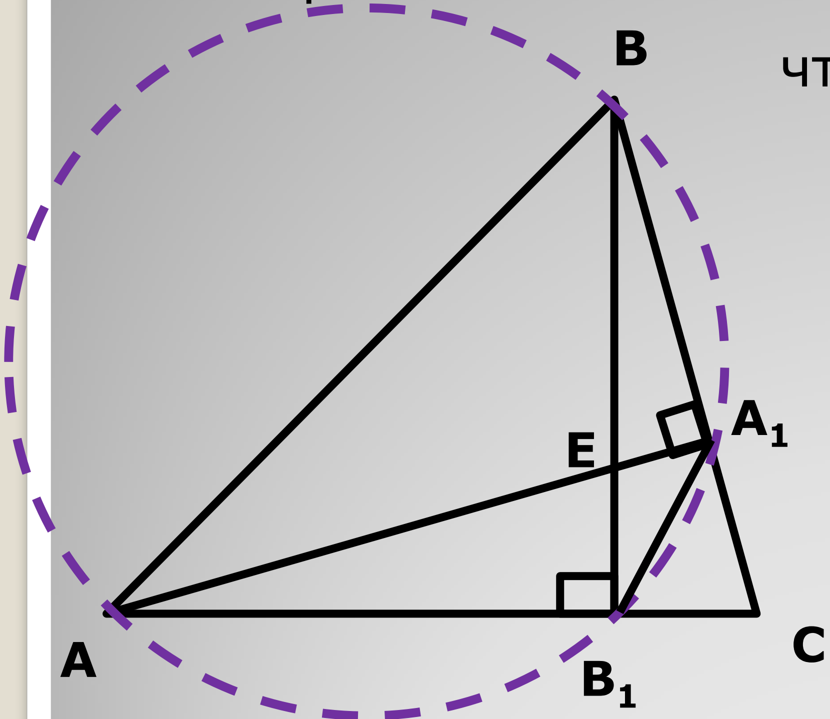
Доказательство:
Отрезок AD виден из точек B и C под одним и тем же углом → точки A,B,C и D лежат на одной окружности.

2. BC ∥ AD → дуга AB= дуге CD → AB = CD и ABCD – равнобедренная трапеция.

Что и требовалось доказать.

Задание 24

Задача 4. Высоты AA_1 и BB_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке E. Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.



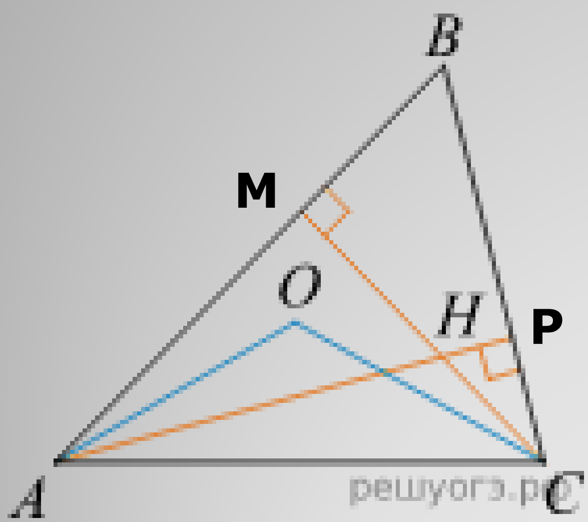
Доказательство:

1. Отрезок AB виден из точек A_1, B_1 под одним и тем же углом → точки A, B, A_1 и B_1 лежат на одной окружности.

2. Углы AA_1B_1 и ABB_1 – вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу. Значит эти углы равны.

Что и требовалось доказать.

Задача 5. В остроугольном треугольнике ABC угол B равен 60°. Докажите, что точки A, C, точка O - центр описанной окружности треугольника ABC и H - точка пересечения высот треугольника ABC лежат на одной окружности.



Доказательство:

1. $\angle$ MHP = 180 ^{0} – 60 ^{0} = 120^0 (из четырехугольника MBPH) → $\angle$ AHC= 120^0

2. O – центр окружности, описанной около треугольника ABC → $\angle$ AOC =2·$\angle$ ABC, $\angle$ AOC= 120^0

3. Отрезок AC виден из точек O и H под одним и тем же углом → точки A,C,O и H лежат на одной окружности.

Что и требовалось доказать.

Задание 24.

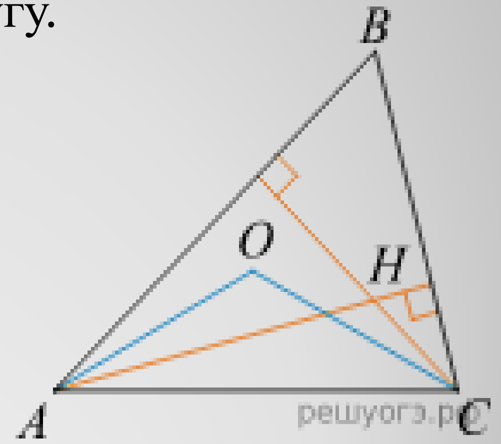
Задача 6. В остроугольном треугольнике ABC, точки A, C, центр описанной окружности O и точка пересечения высот H лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60°

1. O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. (∠AOC – центральный, ∠ABC – вписанный, опирающиеся на одну дугу)→

∠ AOC = 2 ∠ ABC,

2. ∠AHC = 180^0 – ∠ ABC.

3. Так как точки A,C, O и H лежат на одной окружности , то ∠ AOC = ∠ AHC , как вписанные опирающиеся на одну дугу.



Получаем, что 2∠ABC = 180^0 – ∠ABC,

3∠ABC = 180^0 ,

∠ ABC = 60^0 ,что и требовалось доказать.

Задание 24.

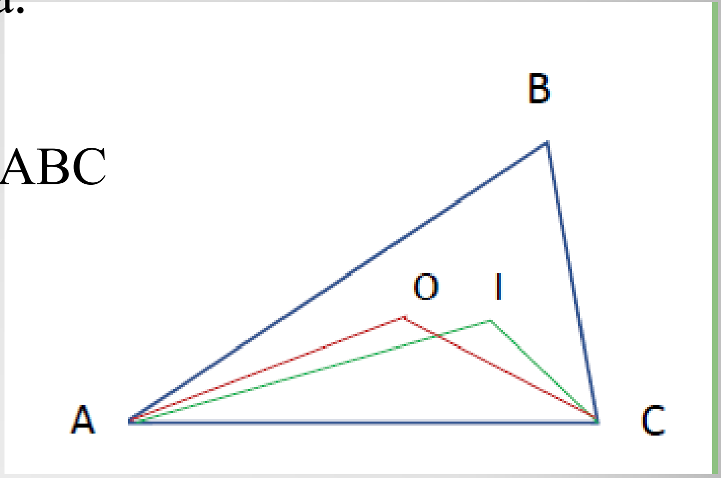
В остроугольном треугольнике ABC, точки A, C, центр описанной окружности O и центр вписанной окружности L лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60°

1. O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. ($\angle AOC$ – центральный, $\angle ABC$ – вписанный, опирающиеся на одну дугу)$\rightarrow$ $\angle AOC = 2 \angle ABC$,

2. L - цент окружности, вписанной в треугольник ABC т.е. точка пересечения биссектрис треугольника.

$\angle ALC = 180^0 - 0,5 (\angle BAC + \angle BCA)$

$= 180 - 0,5 (180 - \angle ABC) = 90 + 0,5 \angle ABC$



Задание 24.

В остроугольном треугольнике ABC, точки A, C, центр описанной окружности O и центр вписанной окружности L лежат на одной окружности. Докажите, что угол ABC равен 60°

$\angle AOC = 2\angle ABC$ и $\angle ALC = 90^0 + 0{,}5\angle ABC$

3. Так как точки A,C,O и L лежат на одной окружности ,

то $\angle AOC = \angle ALC$, как вписанные опирающиеся на одну дугу.

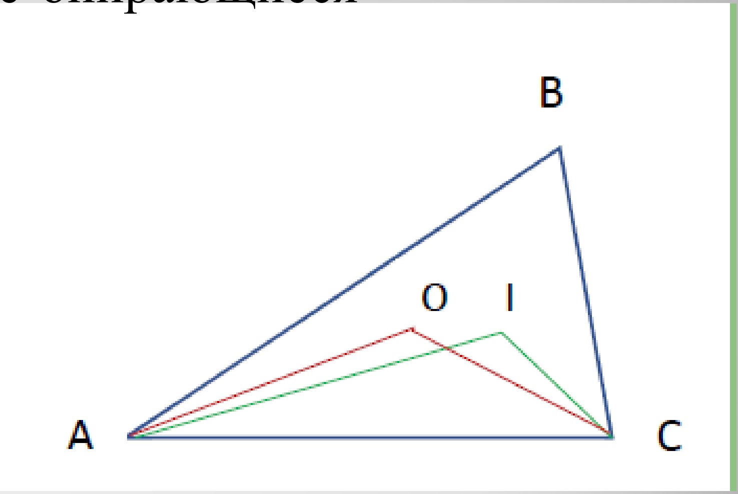
$2\angle ABC = 90^0 + 0{,}5\angle ABC$

$1{,}5\angle ABC = 90^0$

$\angle ABC = 90^0 : 1{,}5$

$\angle ABC = 60^0$,что

и требовалось доказать.



Задание 24.

- **ФИПИ**
- **Решу ОГЭ**
- **math100.ru (математика)**

Задание 24.