

Решение геометрических задач 2 часть ОГЭ



*Соболева Светлана Юрьевна
Учитель математики
МБОУ СОШ №4 имени
Л.И. Золотухиной*

3.1. Количество участников ОГЭ по учебному предмету «Математика» (за последние годы проведения ОГЭ по предмету) по категориям

Таблица 3-1

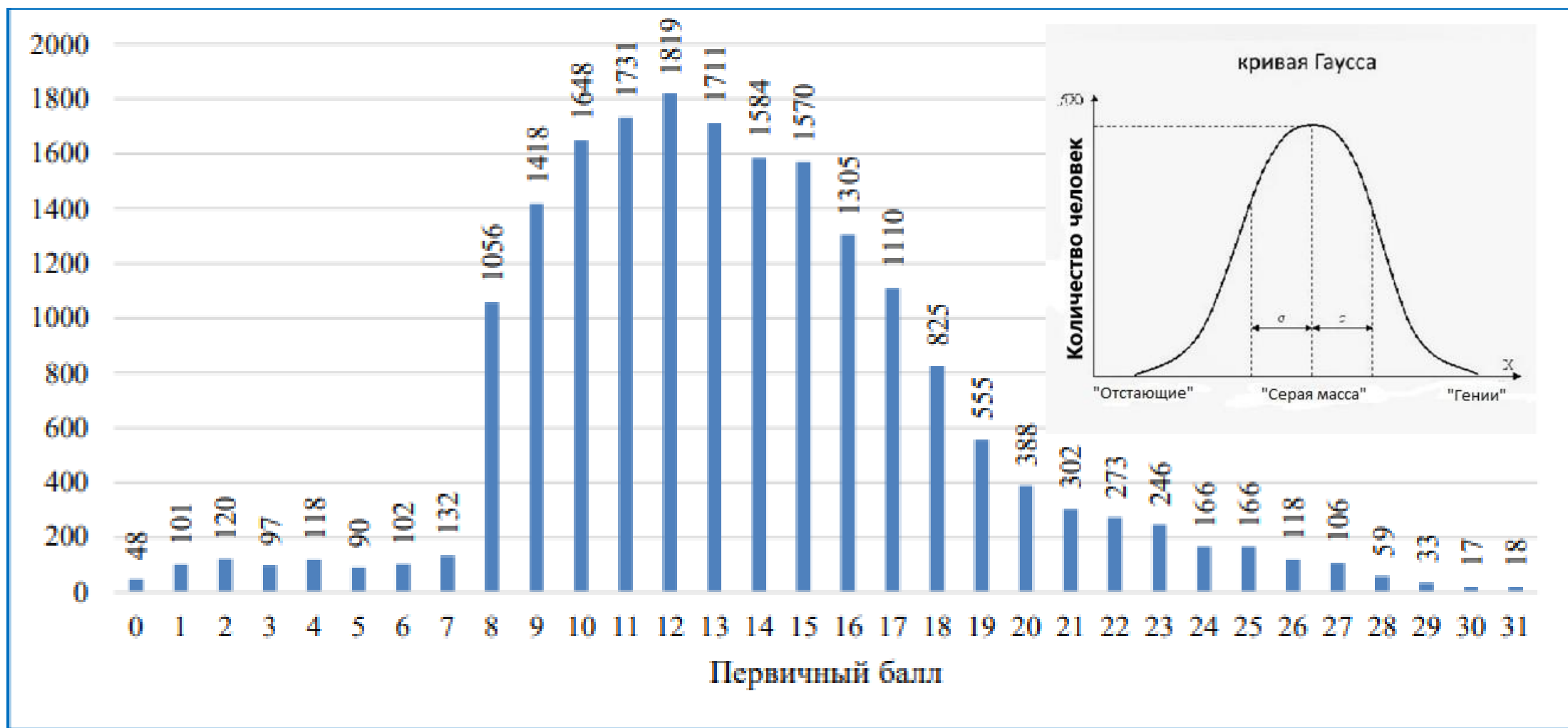
| № п/п | Участники ОГЭ | 2022 г. | | 2023 г. | |
|-------|---|---------|-------|---------|-------|
| | | чел. | % | чел. | % |
| 1 | Обучающиеся СОШ | 15260 | 81,95 | 15518 | 81,54 |
| 2 | Обучающиеся СОШ с углубленным изучением предметов | 1295 | 6,95 | 1339 | 7,04 |
| 3 | Обучающиеся лицеев | 666 | 3,58 | 676 | 3,55 |
| 4 | Обучающиеся гимназий | 1090 | 5,85 | 1096 | 5,76 |
| 5 | Обучающиеся кадетских школ | 10 | 0,05 | 20 | 0,11 |
| 6 | Обучающиеся колледжей | 123 | 0,66 | 143 | 0,75 |
| 7 | Обучающиеся ООШ | 143 | 0,77 | 136 | 0,71 |
| 8 | Обучающиеся открытых (сменных) ОШ | 34 | 0,18 | 33 | 0,17 |
| 9 | Выпускники общеобразовательных организаций текущего года | 18621 | 99,98 | 18961 | 99,63 |
| 10 | Выпускники общеобразовательных организаций, не завершившие основное общее образование в предыдущие годы | 4 | 0,02 | 71 | 0,37 |
| 11 | Участники с ограниченными возможностями здоровья | 83 | 0,45 | 93 | 0,49 |

3.2.2. Динамика результатов ОГЭ по предмету «Математика»

Таблица 3-2

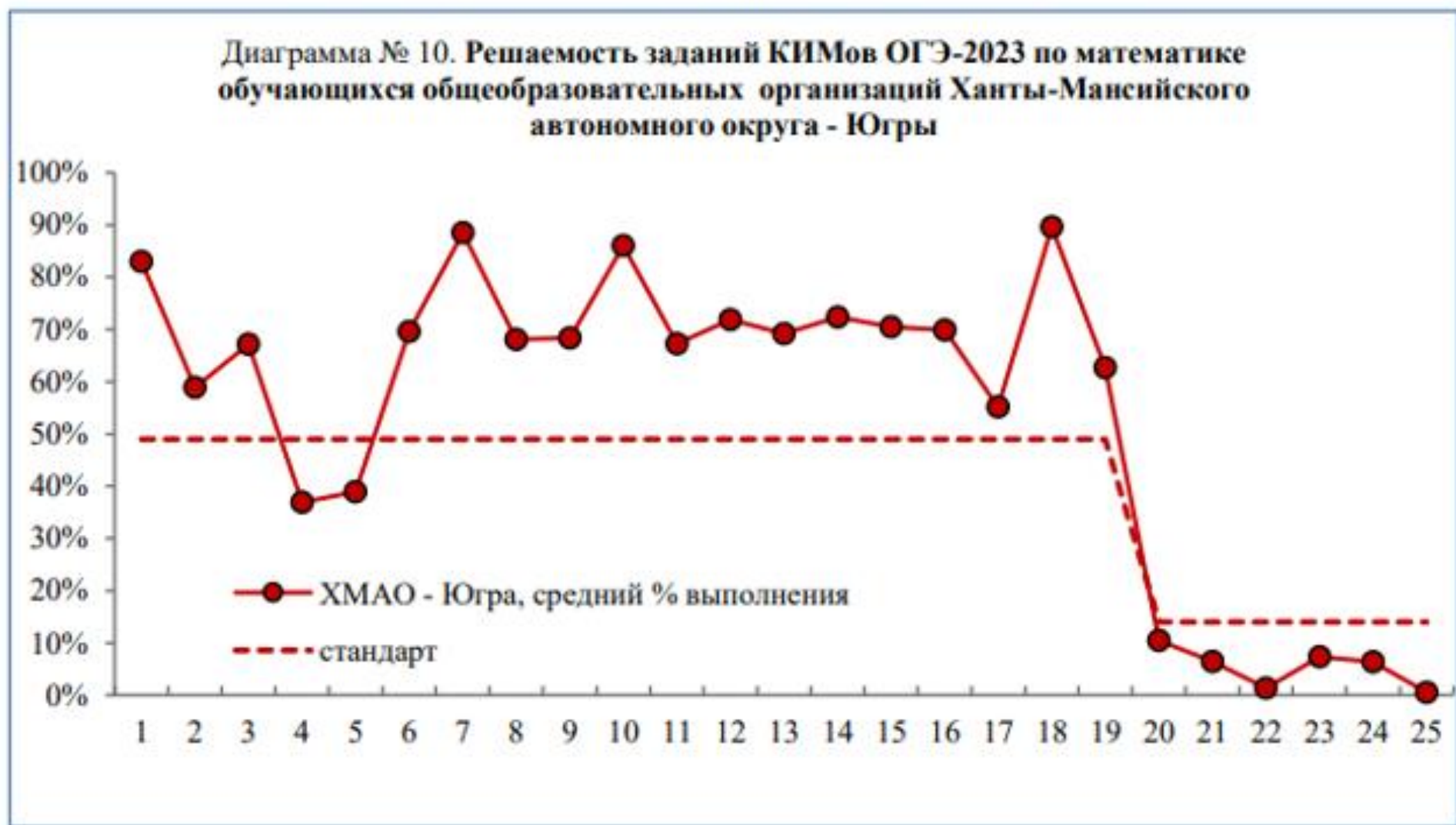
| Получили отметку | 2022 г. | | 2023 г. | |
|------------------|---------|-------|---------|-------|
| | чел. | % | чел. | % |
| «2» | 1178 | 6,32 | 904 | 4,75 |
| «3» | 9945 | 53,40 | 10871 | 57,12 |
| «4» | 6351 | 34,10 | 6055 | 31,81 |
| «5» | 1151 | 6,18 | 1202 | 6,32 |

3.2.1. Диаграмма распределения первичных баллов участников ОГЭ по предмету «Математика» в 2023 г.




На диаграмме представлены количественные показатели по участникам и набранным баллам по результатам участия в ОГЭ по учебному предмету «Математика».

На диаграмме № 10 показана позадачная решаемость¹³ заданий ОГЭ-2023.



Большинство заданий экзаменационной работы выполняются успешно, что говорит о том, что проверяемые ими знания освоены, а умения – сформированы¹⁴.

| Номер задания в КИМ | Проверяемые элементы содержания / умения ⁸ | Уровень сложности задания ⁹ | Средний процент выполнения заданий ¹⁰ | Процент выполнения задания в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре в группах, получивших отметку ¹¹ | | | |
|---------------------|---|--|--|--|-----|-----|------|
| | | | | «2» | «3» | «4» | «5» |
| 23 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Геометрия. | П | 7,4 | 0,0 | 0,2 | 8,0 | 74,1 |
| 24 | Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения. Геометрия. | П | 6,4 | 0,0 | 0,1 | 6,2 | 68,2 |
| 25 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Геометрия. | В | 0,5 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 8,6 |



На основе приведённого статистического анализа выделены следующие группы заданий:

Задания с наименьшими процентами выполнения, в том числе:

• задания базового уровня (с процентом выполнения ниже 50):

✓ 4 Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Числа и вычисления.

✓ 5 Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Числа и вычисления.

• задания повышенного и высокого уровня с процентом выполнения ниже 15%:

✓ 20 Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций. Уравнения и неравенства.


✓ 21 Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели. Уравнения и неравенства.

✓ 22 Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели. Функции и графики.

✓ 23 Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Геометрия.

✓ 24 Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения. Геометрия.

✓ 25 Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Геометрия.



Задание №23 (элемент содержания – треугольник, вписанный в окружность).

Основные ошибки:

- применение теоремы о сумме углов в треугольнике;
- неверно применяли теорему синусов;
- использовали формулу для равностороннего треугольника;
- вычислительные.

Задание №24 (элемент содержания – свойства биссектрисы в параллелограмме).

Основные ошибки выпускников:

- неумение интерпретировать знание основных свойств геометрических фигур;
- не делали вывод;
- при доказательстве использовали не существующие утверждения;
- путали определение, свойства, признаки параллелограмма.

Задание №25 (элемент содержания – вписанная в трапецию окружность). Эта задача решается меньшим количеством выпускников.



Вероятными причинами затруднений и типичных ошибок участников экзамена ХМАО

– Югры являлись:

- уровень вычислительной культуры;
- заучивание алгоритма решения задач в ущерб пониманию;
- непонимание логических связей при работе с текстом;
- слабые геометрические знания и умения;
- недостаточная сформированность метапредметных результатов обучения;
- непонимание, что практические задания носят комплексный характер, что от решения одной задачи может зависеть решение последующего задания.



Методы решения геометрических задач:

- метод дополнительных построений;
- метод вспомогательной окружности;
- метод подобия;
- метод площадей

Отдельно следует отметить применение ключевых задач



Этапы решения геометрических задач

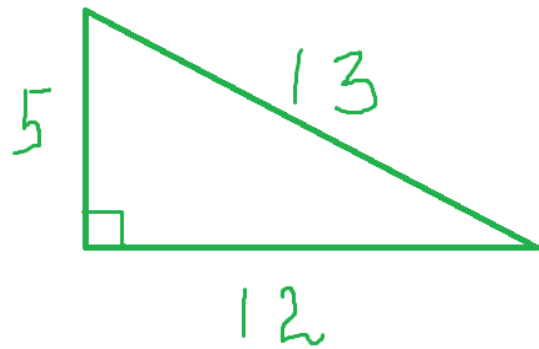
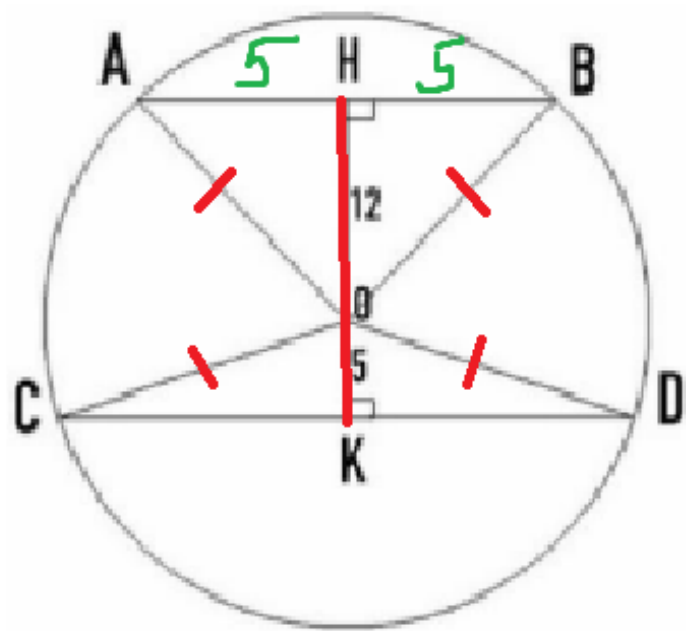
1. Чтение условия задачи.
2. Выполнение чертежа.
3. Краткая запись условия задачи (дано, найти).
4. Перенос данных условий на чертёж, выделение элементов чертежа различными цветами.
5. Анализ данных задачи (поиск решений).
6. Составление алгоритма решения.
7. Запись решения.
8. Проверка соответствия найденных элементов условию задачи.
9. Запись ответа.

Задача 23

Дано : окружность с центром в точке O , AB и CD – хорды,
 OK и OH расстояния от центра окружности до хорд CD
и AB соответственно, $AB = 10$, $OH = 12$, $OK = 5$.

Найти : CD .





Решение.

1. $AO = OB = OC = OD$ (как радиусы).

2. Рассмотрим прямоугольные треугольники AOH и BOH :

1) OH – общий катет.

2) $AO = OB$ (как радиусы).

Значит, $\triangle AOH = \triangle BOH$ (по гипотенузе и катету).

3. $AH = HB = \frac{1}{2} AB = 5$ (т.к. $\triangle AOH = \triangle BOH$).

4. Рассмотрим прямоугольные треугольники COK и DOK :

1) OK – общий катет.

2) $CO = OD$ (как радиусы).

Значит, $\triangle COK = \triangle DOK$ (по гипотенузе и катету).

5. $\triangle BOH$: $\angle H = 90^\circ$, $HB = 5$, $HO = 12$.

$OB = \sqrt{OH^2 + HB^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ (по теореме Пифагора).

6. $BO = OC = 13$.

7. $\triangle COK$: $\angle K = 90^\circ$, $CO = 13$, $OK = 5$.

$CK = \sqrt{CO^2 - OK^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ (по теореме Пифагора).

8. $CK = KD = 12$, $CD = 2 \cdot 12 = 24$ (т.к. $\triangle COK = \triangle DOK$).

Ответ : 24.

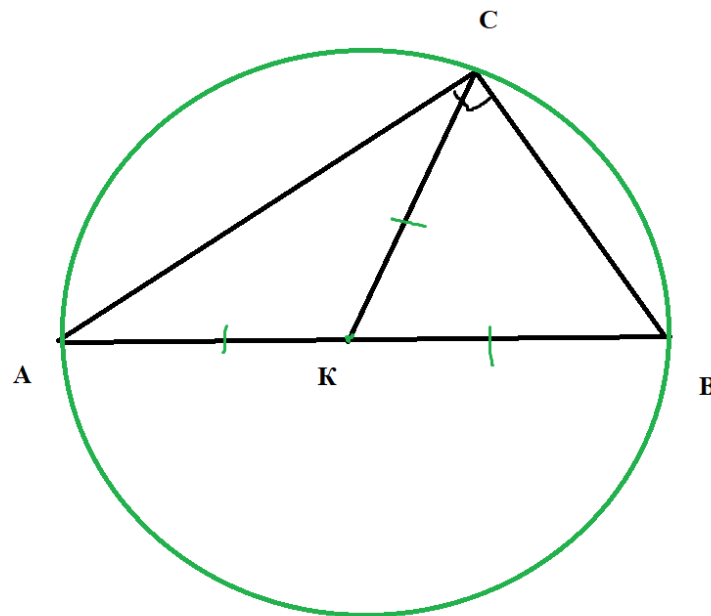
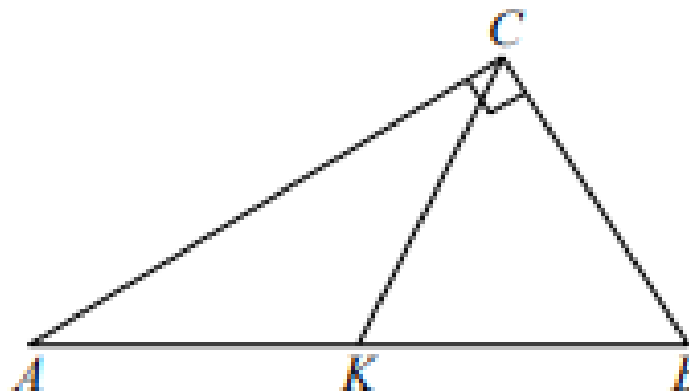
23

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC=6$, $BC=8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$\begin{aligned} CK &= \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.



Тип 24 № [311602](#)    

Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

Решение.

Имеем: ABC ; $AB = CB$ $\angle ACK = \angle KCB = \angle MAC = \angle BAM$

Докажем, что $AM = CK$.

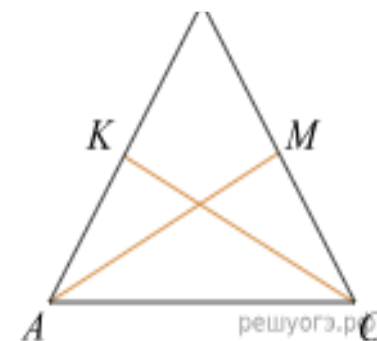
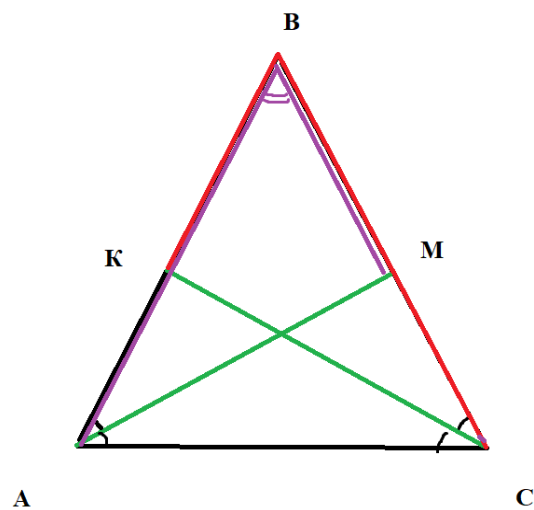
1) $ACK = CAM$ по стороне и двум прилежащим к ней углам:

а) AC — общая;

б) $\angle KAC = \angle MCA$ по свойству углов равнобедренного треугольника;

в) $\angle ACK = \angle MAC$ по определению биссектрисы и равенству углов при основании равнобедренного треугольника.

2) $CK = MA$ как соответствующие элементы равных треугольников.



[Спрятать решение](#)

Задача 25

Тип 25 № [311242](#)

Площадь треугольника ABC равна 80. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD : CD = 1 : 3$. Найдите площадь четырехугольника $EDCK$.

Решение.

Пусть $AK = KC = 3x$, тогда $AB = 2x$, так как $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{1}{3}$ по свойству биссектрисы. Значит, $\frac{BE}{KE} = \frac{2}{3}$.

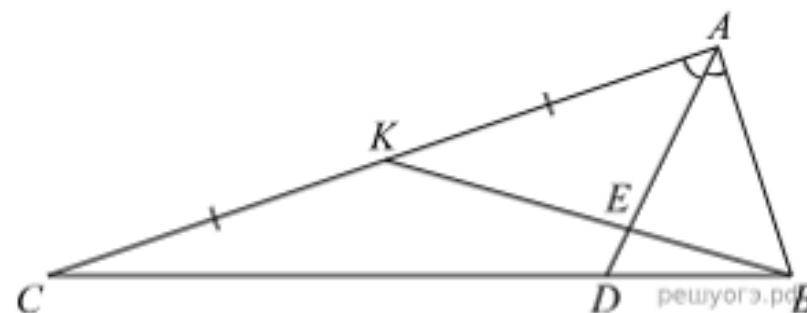
Пусть S — площадь треугольника ABC , тогда

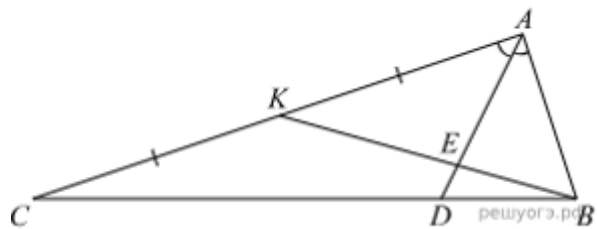
$$S_{ACD} = \frac{CD}{CB} \cdot S = \frac{3}{4}S;$$

$$S_{AKE} = \frac{KE}{BK} \cdot S_{ABK} = \frac{KE}{BK} \cdot \frac{AK}{AC} \cdot S = \frac{3S}{10}.$$

$$\text{Таким образом, } S_{EDCK} = S_{ACD} - S_{AKE} = \frac{3}{4}S - \frac{3S}{10} = \frac{9}{20}S = 36.$$

Ответ: 36.





В решении этой задачи мы используем свойство биссектрисы треугольника

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{1}{3}$$

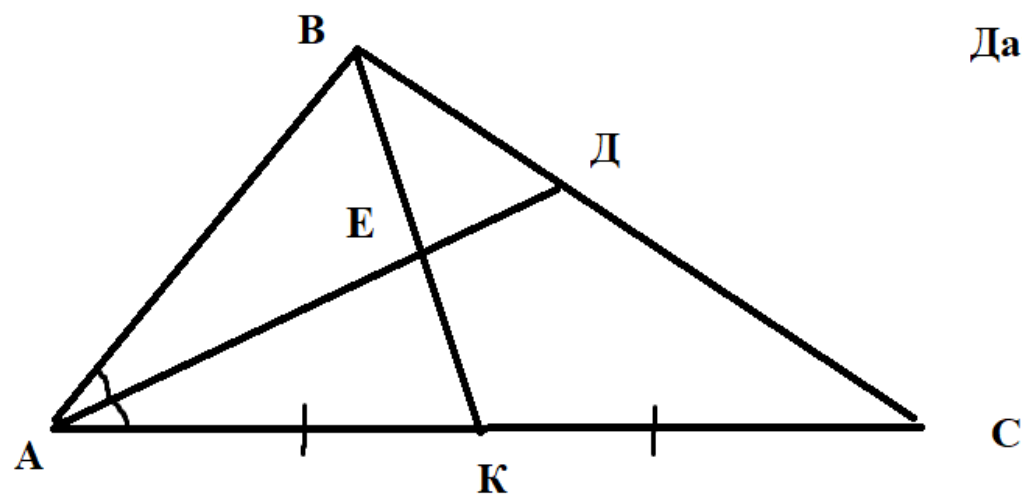
Для удобства расчетов выбираем $AB = 2x$, тогда $AC = 6x$, всю площадь ACB принимаем за S , зная что площадь это $\frac{1}{2}$ произведение основания на высоту

$$\frac{AC}{AB} = \frac{6x}{2x} \Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{6x}{2x} \text{ тогда } \frac{CD}{CB} = \frac{6x}{8x} = \frac{3}{4}$$

Имеем $S_{\triangle ACD} = \frac{CD}{CB} \cdot S = \frac{3}{4}S$ $S_{\triangle ABK} = \frac{1}{2}S$ так как AE -биссектриса треугольника, то

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AK}{KE}, \frac{BE}{KE} = \frac{2x}{3x} \Rightarrow S_{\triangle AKE} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot S = \frac{3}{10}S$$

$$S_{\text{ЕДСК}} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AKE} = \frac{3}{4}S - \frac{3}{10}S = \frac{9}{20}S = 36$$



Дано:

$$S_{\triangle ABC} = 80$$

AD – биссектриса

BK – медиана

$$\frac{BD}{CD} = \frac{1}{3}$$

Найти: $S_{\triangle EDC}$

Решение

1. Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle KBC$, BK медиана $AK=KC$, тогда $S_{\triangle ABK} = S_{\triangle KBC} = \frac{80}{2} = 40$

2. AD биссектриса, по свойству биссек-с $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$ тогда

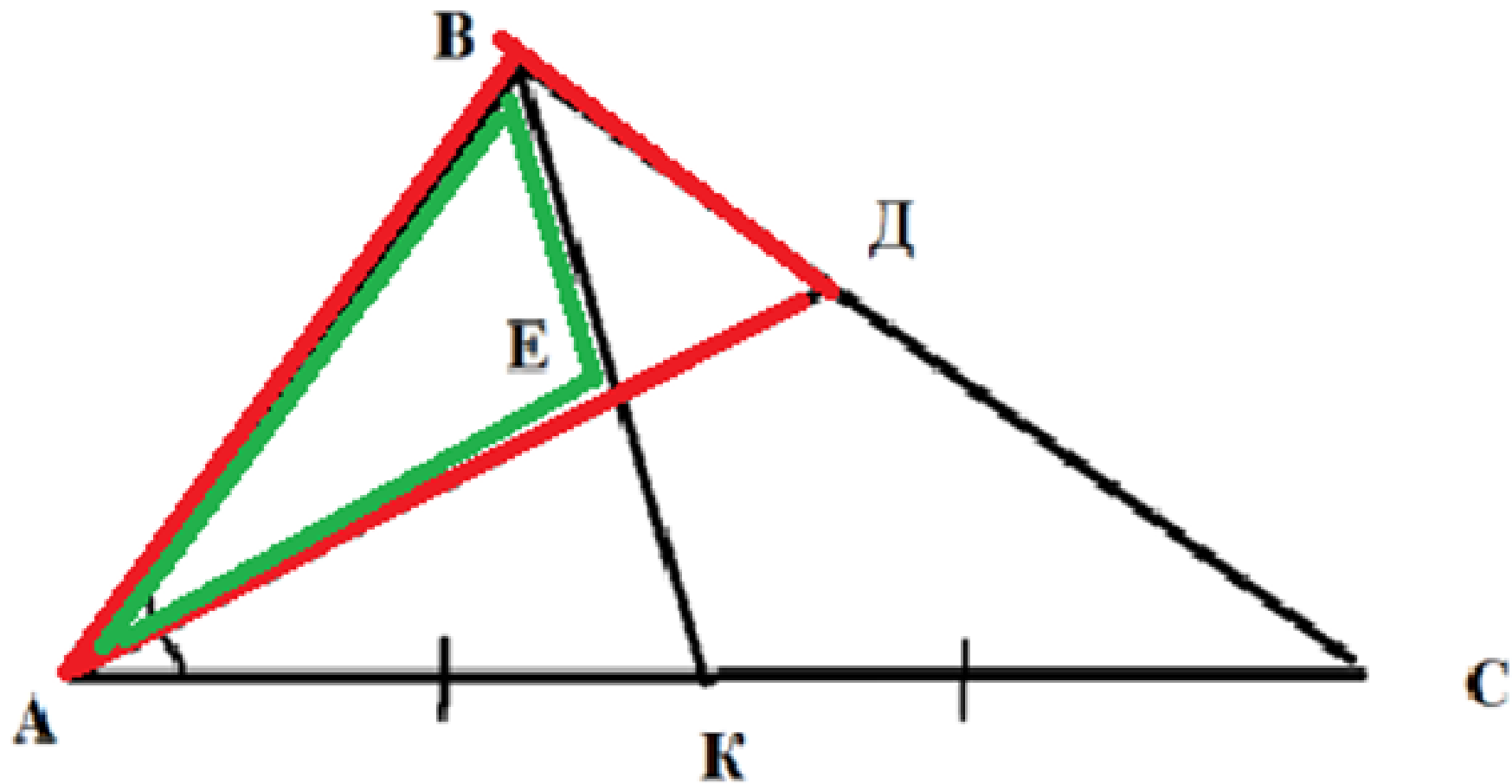
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\triangle ADC} = \frac{3}{4} \cdot 80 = 60$$

3. Рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle AЕК$, AE -биссек-са, тогда $\frac{BE}{ЕК} = \frac{AB}{AK} = 1,5$

$$\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle AЕК}} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle ABE} = \frac{2}{5} S_{\triangle ABK} = \frac{2}{5} \cdot 40 = 16, \quad S_{\triangle AЕК} = \frac{3}{5} S_{\triangle ABK} = \frac{3}{5} \cdot 40 = 24$$

4. $S_{\triangle EDC} = S_{\triangle ADC} - S_{\triangle AЕК} = 60 - 24 = 36$

Ответ: $S_{\triangle EDC} = 36$



Далее предлагается найти еще другое решение

4. $S_{\triangle ABE} = 16$, тогда $S_{\triangle BED} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle ABE} = 20 - 16 = 4$
 $S_{\triangle EDC} = S_{\triangle KBC} - S_{\triangle BED} = 40 - 4 = 36$