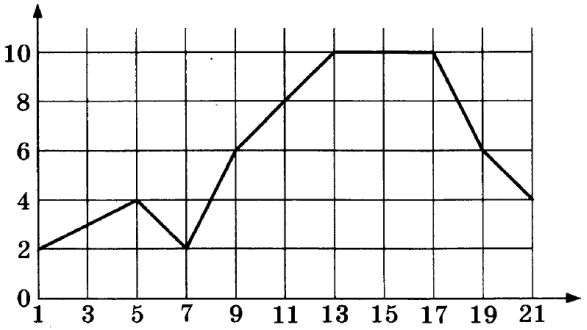
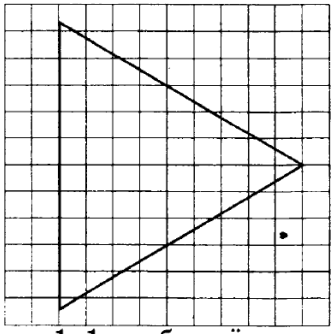
Вариант 0002 001

1. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек.
Какое наибольшее количество пакетов молока можно купить на 500 рублей?

2. Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее +6 °С. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.





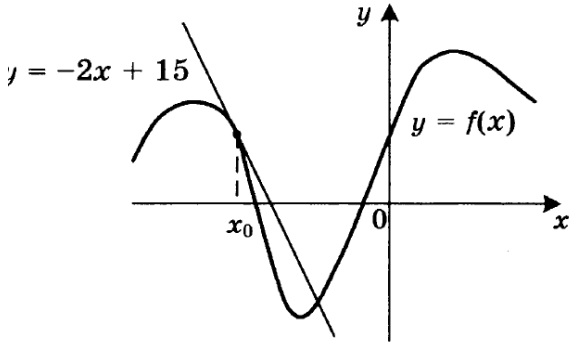
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.

4. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.

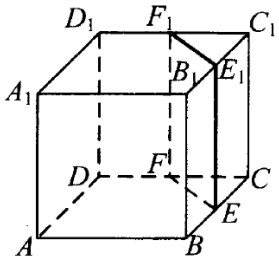
5. Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

6. Отрезок AB является хордой окружности с центром O. Найдите угол между прямой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A, если угол AOB равен 56°. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0. Касательная задана уравнением $y = -2x + 15$. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0.



9. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.



8. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер BC, DC, B_1C_1 и D_1C_1 соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1, равен 14. Найдите объём куба.

10. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 2 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 22$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1{,}7 \ \frac{\text{с}}{\text{Ом} \cdot \text{Ф}}$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

11. В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x)e^{x-20}$ на отрезке [19; 21].

13. Решите уравнение

$$\frac{\left(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}\right)\log_{13}(2\sin^2 x)}{\log_{31}\left(\sqrt{2}\cos x\right)} = 0.$$

15. Решите неравенство $\frac{2x^2 - 10x + 6}{x - 5} \le x$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 4. Точка L — середина ребра SC. Тангенс угла между прямыми BL и SA равен $\frac{2\sqrt{34}}{17}$.

а) Пусть O — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые BO и LO перпендикулярны.

б) Найдите площадь поверхности пирамиды.

16. Окружность с центром O вписана в угол, равный 60°. Окружность большего радиуса с центром O_1 также вписана в этот угол и проходит через точку O.

а) Докажите, что радиус второй окружности вдвое больше радиуса первой.

б) Найдите длину общей хорды этих окружностей, если известно, что радиус первой окружности равен $2\sqrt{3}$.

17. В двух областях есть по 90 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи x кг алюминия в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для добычи y кг никеля в день требуется y^2 человеко-часов труда.

Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\left|\frac{x^2+x-2a}{x+a}-1\right| \le 2$ не имеет решений на интервале (1; 2).

19. Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.