

**Контрольно измерительные материалы пробного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень). Гимназия №2, 11 класс.**

Вариант 006

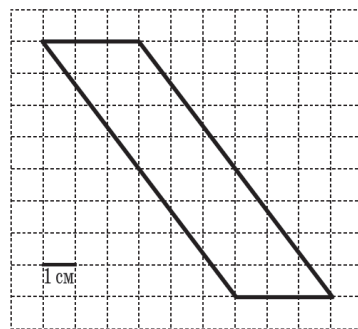
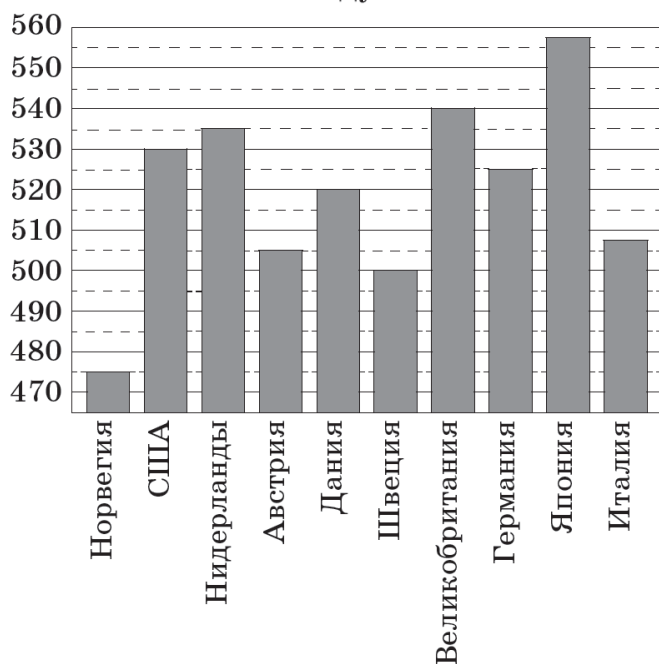
1 часть

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 196 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 7 дней?

2 На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале).

По данным диаграммы найдите число стран, в которых средний балл заключён между 495 и 515.



3 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

4 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем — 0,7. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

5 Найдите корень уравнения $7^x - 2 = 49$.

- 6** В треугольнике ABC угол A равен 48° , внешний угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C .

В7 Найдите значение выражения $\frac{10\sin 16^\circ \cos 16^\circ}{\sin 32^\circ}$.

- 8** Объём цилиндра равен 1 см^3 . Радиус основания уменьшили в 2 раза, а высоту увеличили в 3 раза. Найдите объём получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

9 Найдите значение выражения $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

- 10** Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объёмом $V_1 = 10$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, а $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в $15\,960$ Дж.

- 11** Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 ч. Через 5 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 + 2x + 10) + 2$.

2 часть

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

- 14** В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{11}$, $SB = 3\sqrt{3}$, $SD = 2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB .

- 15** Решите неравенство $\log_{1 - \frac{x^2}{26}}(x^2 - 10|x| + 26) - \log_{1 + \frac{x^2}{26}}(x^2 - 10|x| + 26) \geq 0$.

- 16** На сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA}$.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм, а его центр совпадает с центром параллелограмма $ABCD$.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если известно, что $\frac{AK}{KB} = 2$.

17 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1695 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

18 Найти все значения a , такие, что для любого x выполняется неравенство $|x + 1| + 2|x + a| > 3 - 2x$.

19 Четыре натуральных числа a, b, c и d таковы, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$.

- а) Могут ли все эти числа быть попарно различны?
- б) Может ли одно из этих чисел равняться 7?
- в) Найдите все возможные наборы таких чисел, среди которых есть равные.